**Нестандартные задачи. Подготовка младших школьников к олимпиадам по математике.**

Цель : подготовить мышление детей и на основе механизма «надо» — «хочу» — «могу» сформировать мотивацию к решению нестандартных математических задач.

Задачи:

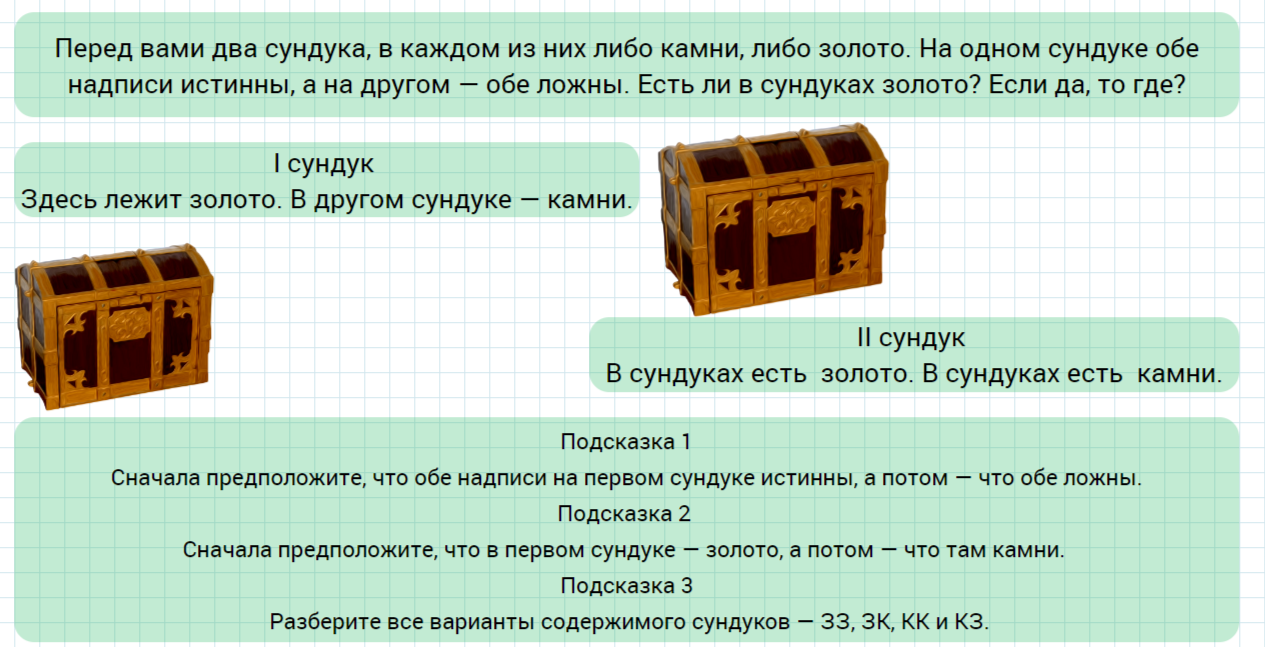
1) вовлечь учащихся в систематическое решение нестандартных математических задач в зоне их ближайшего развития («надо»);

2) создать творческую, доброжелательную, безопасную (с позиций права на ошибку) образовательную среду, ориентированную на поддержку успеха каждого ученика относительно себя («хочу»);

3) подготовить к правильному восприятию нестандартных задач: снять неуверенность и страх («могу»), создать возможность для каждого ученика пережить ситуацию успеха и получить удовольствие от решения сложных задач («хочу», «могу»);

4) тренировать мыслительные операции, навыки парной и групповой работы;

5)\* сформировать, по возможности, опыт коммуникативного взаимодействия в позициях «автора» и «понимающего», начальные представления о «ролях мыслителей» при решении задач (ролях фотографа, разведчика, переводчика, навигатора, мастера, эксперта)



**Предметные цели**

1. Развить представления об истинных и ложных высказываниях, отрицании простых высказываний, высказываниях о логическом следовании.

2. Тренировать умение применять метод перебора вариантов в логических задачах (на примере перебора по истинности/ложности одного из высказываний, перебора по одному предмету и полного перебора вариантов).

**Советы по решению логических задач**

1. Решать задачи с высказываниями можно методом перебора. При этом перебор можно проводить разными способами:

• по истинности (И) или ложности (Л) одного из высказываний;

• по всем вариантам свойств одного из объектов (например, по вариантам содержимого I сундука);

• по всем комбинациям вариантов (содержания или истинности-ложности) у всех объектов (например, ИИ, ИЛ, ЛИ, ЛЛ).

2. Разбор каждого случая заканчивается либо выводом, что случай подходит, либо выводом, что в нём имеется противоречие.

Король страны Перебории устроил для своих подданных испытания на логику. Каждый день он приказывал ставить у входа во дворец два сундука с надписями. Сундук мог быть заполнен либо камнями, либо золотом (при этом могло быть так, что в обоих сундуках золото или в обоих камни, а могло быть в каждом что-то своё). Тем подданным, кто проходил испытание, щедрый король давал мешок золотых монет, а тех, кто не проходил, отправлял учиться дополнительно. Попробуй и ты пройти эти испытания!

При разборе задач на доске и в тетради полезно отмечать, какие случаи в приведённом решении разбираются, а непосредственно разбор этих случаев с учениками допускается проводить устно.

**Решение**

**1-й способ**

Будем перебирать по тому, верны ли надписи на I сундуке. Пусть истинны обе надписи на I сундуке. Тогда в I сундуке — золото, а во II — камни. Но и обе надписи на II сундуке тогда истинны. Противоречие. Значит, обе надписи на I сундуке ложны. Тогда в I сундуке — камни, а во II сундуке — золото. Тогда обе надписи на II сундуке истинны. Условие выполняется.

**2-й способ**

Будем перебирать по тому, что лежит в I сундуке. Пусть в I сундуке — золото. Тогда истинны первые надписи и на I, и на II сундуках. Но этого не может быть по условию. Значит, в I сундуке — камни. Первая надпись на I сундуке ложна, а первая надпись на II сундуке — истинна. Значит, вторая надпись на I сундуке тоже ложна, и во II сундуке — золото. Обе надписи на II сундуке истинны.

**3-й способ**

Будем перебирать по содержимому сундуков.

1) З З. Тогда на I сундуке первая надпись истинна, а вторая ложна. Противоречие (либо обе надписи на сундуках истинны, либо обе ложны).

2) З К. Тогда обе надписи на I и II сундуке истинны. Противоречие (на каком-то сундуке надписи должны быть ложны).

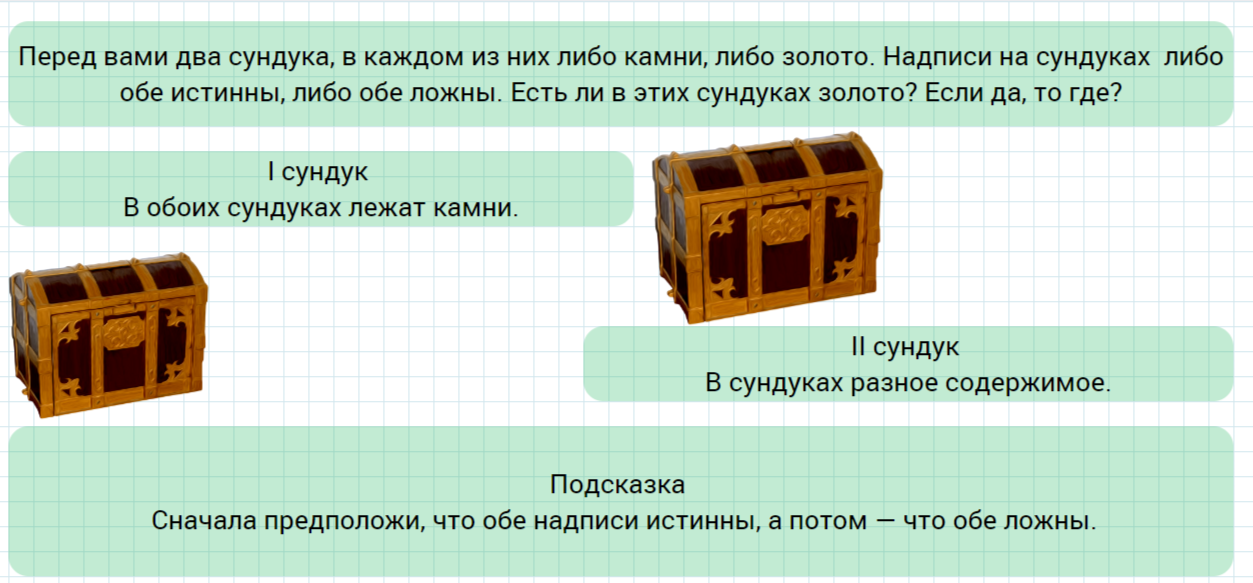
3) К К. Тогда первая надпись на I сундуке ложна, а вторая — истинна. Противоречие (на сундуках либо две надписи истинны, либо две ложны).

4) К З. Тогда обе надписи на I сундуке ложны, а обе надписи на II сундуке истинны. Случай подходит, и золото во II сундуке.

**Ответ: да, во втором сундуке.**

**Замечание**

В 1-м и 2-м способах для перебора выбран именно первый сундук, потому что по истинности или ложности надписи на нем однозначно можно определить содержимое сундуков. Для перебора можно взять и второй сундук, но рассуждения станут значительно сложнее.



**1-й способ**

Пусть обе надписи истинны. Тогда в I сундуке лежит золото. Первая часть надписи на I сундуке ложна, поэтому обязательно должна быть верна вторая часть. Значит, во II сундуке тоже лежит золото. Пусть обе надписи ложны. Тогда в I сундуке лежат камни. Но тогда надпись на I сундуке верна (так как первая часть надписи на I сундуке верна). Противоречие. Значит, золото лежит в обоих сундуках.

**2-й способ**

Пусть в I сундуке золото. Тогда надпись на II сундуке верна, и даже обе надписи на сундуках верны. Значит, золото в обоих сундуках. Пусть в I сундуке камни. Тогда надпись на II сундуке ложна, а значит, и обе надписи на сундуках ложны. Но надпись на I сундуке верна. **Противоречие.**

**3-й способ**

Так как в I сундуке лежит либо золото, либо камни, то хотя бы на одном из сундуков надпись верна, а значит, верны обе надписи. Тогда в I сундуке золото, и первая часть высказывания на I сундуке ложна, а вот вторая — верна. Получаем, что и в I, и во II сундуках лежит золото. Ответ: да, в обоих сундуках.

Прочитайте и решите задачу.

В городе, где живут лжецы и хитрецы (лжецы всегда лгут, а хитрецы сами решают, говорить им правду или лгать) встретились трое местных жителей – А, Б и В. Между ними произошёл такой разговор:

А: Я лжец.

Б: Среди нас хотя бы 2 лжеца.

В: Среди нас ровно 2 лжеца.

Сколько лжецов могло быть среди этих трех жителей на самом деле?

Советы по решению задач на перебор

Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а хитрецы сами решают, говорить им правду или лгать.

1. Если в задаче идёт речь о рыцарях, лжецах и хитрецах, то можно вести перебор по

роли/персонажу (то есть кем житель является — Р, Л или Х) или по тому, что сказал один из жителей: правду или ложь.

2. Если лжец говорит, что некоторое количество «больше или равно» n, то это значит, что на самом деле это количество меньше n.

3. При переборе вариантов нужно не забыть рассмотреть случай, когда персонажей некоторого типа нет (их количество равно 0).

**Критическое мышление**

Решение

А — хитрец, так как лжец не может про себя сказать правду.

Переберём все возможные варианты для высказывания В — истинно оно или ложно.

1) Пусть третье высказывание истинно.

Тогда В — хитрец, так как лжец не мог сказать правду, и среди троих жителей ровно два лжеца. Эти лжецы — А и Б. Противоречие с тем, что А — хитрец.

2) Пусть третье высказывание ложно. Тогда среди жителей может быть 0, 1 или 3 лжеца. Рассмотрим эти случаи. Если лжецов 0, то все — хитрецы и лгут, этот случай подходит. Если лжец 1, то это может быть, например, Б, а В — хитрец, и все снова лгут.

3 лжеца не может быть, так как А — хитрец. Ответ: 0 или 1 лжец.

Прочитайте и решите задачу.

В турнире правдолюбов по гольфу участвовали представители только двух племён — рыцари и хитрецы. В финальной игре встретились трое участников, между которыми состоялся такой разговор:

А: «В финал вышли только хитрецы!»

Б: «Среди нас вообще нет хитрецов».

В: «Вы оба правы».

Сколько среди этих высказываний истинных?

Подсказка

Найди пару противоречащих друг другу высказываний. Что можно сказать про тех, кто их произнёс? А об оставшемся персонаже?

Решение

Высказывания А и Б противоречат друг другу и не могут быть оба верными, значит,

В — хитрец и он солгал. Тогда житель Б тоже солгал, и он хитрец. Житель А не может быть рыцарем, так как тогда в финале не только хитрецы. Значит, А — хитрец, и он сказал правду.

Ответ: 1 высказывание.

**Литература**

1. Рабочая концепция одаренности: Федеральная целевая программа «Одаренные дети» / Под ред. Д. Б. Богоявленской, В. Д. Шадрикова. — М.: Министерство образования РФ, 2003. (http://narfu. ru/school/deti\_konchep.pdf) 2. Петерсон Л. Г. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография / Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева и др. — М.: Институт СДП, 2018. 3. Петерсон Л. Г. Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. — М.: АПК и ППРО; УМЦ «Школа 2000…», 2007.