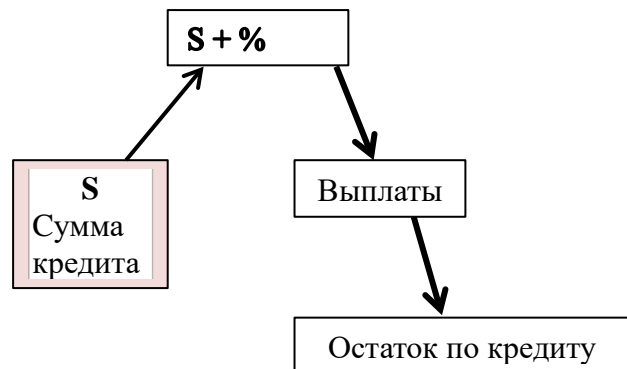


Решение экономических задач ЕГЭ.

Канаткалиева М.Э., учитель математики МАОУ «СОШ №23 им.Г.А.Кадзова»

Приближается пора сдачи экзаменов. В помощь ученикам 11 класса хочу предложить примеры решения, так называемых, банковских задач. Предлагаю один из способов решения.

Экономическую задачу можно представить в виде схемы:



Задача №1

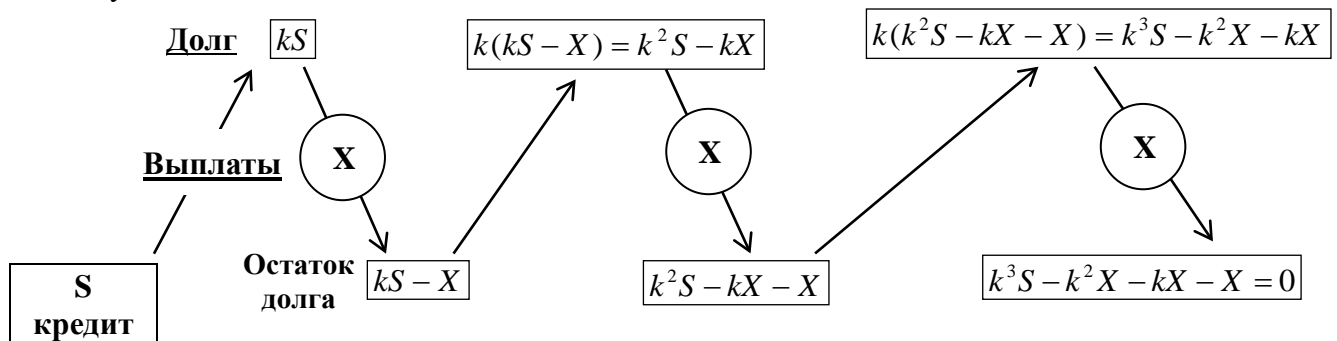
31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9930000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита, следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

$S = 9930000$ руб.

$r = 10\%$

$k = 1 + \frac{r}{100}$; $k = 1 + \frac{10}{100} = 1 + 0,1 = 1,1$ - коэффициент увеличения

X - сумма ежегодного платежа



$$k^3S - k^2X - kX - X = 0$$

$$k^3X + kX + X = k^3S$$

$$X(k^3 + k + 1) = k^3S$$

$$X = \frac{k^3S}{k^3 + k + 1}$$

$$X = \frac{k^3S(k-1)}{(k^3 + k + 1)(k-1)} = \frac{k^3S(k-1)}{k^3 - 1}$$

$$X = \frac{1,1^3 \cdot 9930000 \cdot (1,1 - 1)}{1,1^3 - 1} = \frac{1,331 \cdot 0,1 \cdot 9930000}{0,331}$$

$$X = \frac{1331 \cdot 993000}{331} = 1331 \cdot 3000 = 3993000.$$

Проверка:

Долг	1 год	2 год	3 год
	9930000+993000= 10923000	6930000+693000= 7623000	3630000+363000= 3993000
Выплаты	3993000	3993000	3993000
Остаток долга	6930000	3630000	0

Ответ: 3993000 руб.

Задача №2

В июле планируется взять кредит в банке на сумму **10 млн рублей на 5 лет.**

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на **10%** по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года **долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга** на июль предыдущего года. Сколько млн рублей составила **общая сумма выплат** после погашения кредита?

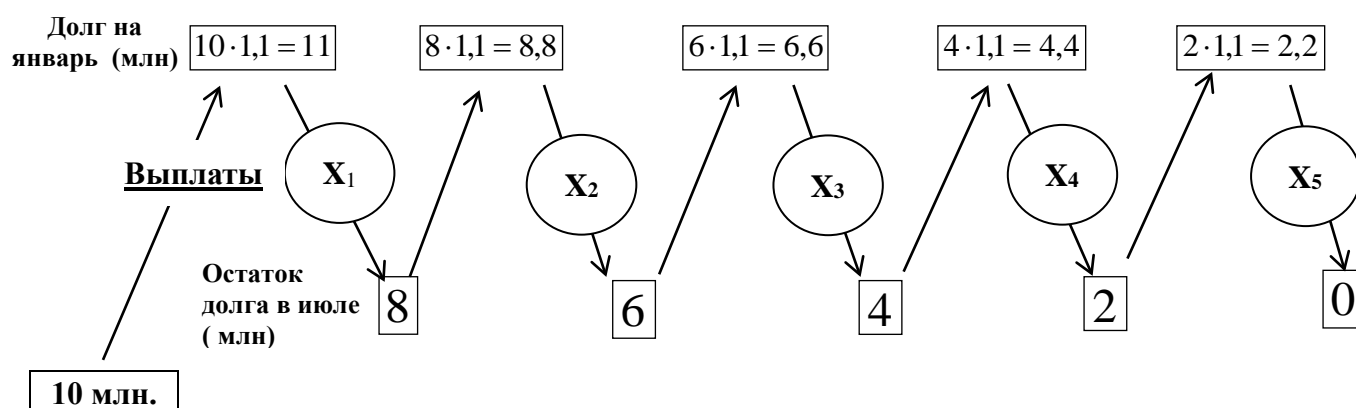
$S=10$ млн. руб.

$r = 10\%$

$k = 1 + \frac{r}{100}$; $k = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$ - коэффициент увеличения

$n=5$ лет

В июле каждого года **долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга** на июль предыдущего года, поэтому кредит ежегодно уменьшается на 2 млн. рублей ($10 \text{ млн} : 5 = 2 \text{ млн}$)



$$X_1 = 11 - 8 = 3 \text{ млн.}$$

$$X_2 = 8,8 - 6 = 2,8 \text{ млн.}$$

$$X_3 = 6,6 - 4 = 2,6 \text{ млн.}$$

$$X_4 = 4,4 - 2 = 2,4 \text{ млн.}$$

$$X_5 = 2,2 \text{ млн.}$$

Находим общую сумму выплат: $3 + 2,8 + 2,6 + 2,4 + 2,2 = 13 \text{ млн.}$

Ответ: 13 млн. рублей.

Выводы:

- наибольшая выплата – первая;
- наименьшая выплата – последняя;
- долг на январь, выплаты и остаток долга образуют арифметическую прогрессию;
- n -й член арифметической прогрессии будет равен $a_n = a_1 + (n-1)d$;
- сумма первых n членов арифметической прогрессии равна $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Задача №3

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на некоторый срок. Условия возврата таковы:

- -каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- -с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- -в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какой **минимальный срок** следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту **не превысил 3,6 млн руб.?**

$S=8$ млн. руб.

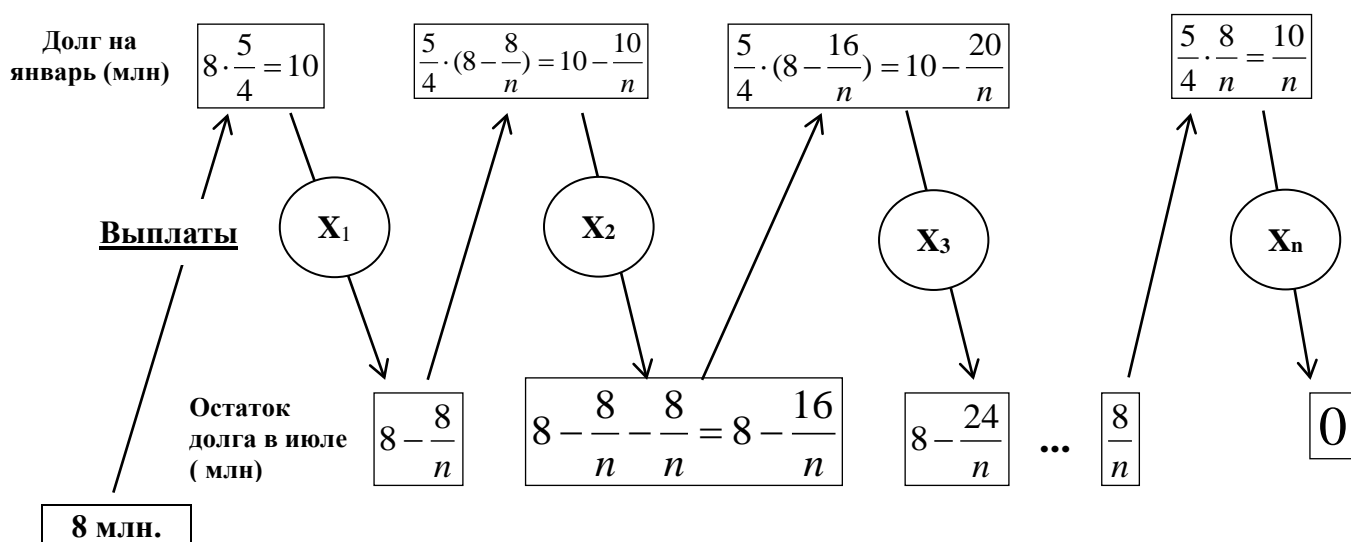
$r = 25\%$

$$k = 1 + \frac{r}{100}; \quad k = 1 + \frac{25}{100} = 1,25 = \frac{5}{4} - \text{коэффициент увеличения}$$

$$X_{\text{наибольший}} \leq 3,6 \text{ млн.}$$

$n=?$ - минимальный срок кредита

В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года, поэтому кредит ежегодно уменьшается на $\frac{S}{n}$ млн. рублей, т.е. на $\frac{8}{n}$ млн. руб.



Наибольшая выплата – первая: $X_1 = 10 - (8 - \frac{8}{n}) = 2 + \frac{8}{n}$

По условию задачи наибольший годовой платёж $\leq 3,6$ млн. руб.

$$X_1 = 2 + \frac{8}{n} \leq 3,6$$

$$\frac{8}{n} \leq 1,6$$

$$\frac{8 - 1,6n}{n} \leq 0$$

$$n > 0, \text{ значит } 8 - 1,6n \leq 0$$

$$8 - 1,6n \leq 0$$

$$-1,6n \leq -8$$

$$n \geq 8 : 1,6$$

$$n \geq 5$$

Ответ: 5.