



*Уравнение — это ключ,
которым можно открыть
тысячу дверей в неизвестное*

Чем отличаются уравнения?



- $ax = b$

- $3x = 6,$

- $ax^2 + bx + c = 0$

- $2x^2 - 3x + 6 = 0?$



$$1) \quad (a - 2)x = 7 ;$$

$$2) \quad bx^2 + 3x - 1 = 0 ;$$

$$3) \quad x - 2a = \frac{1-a^2}{x} ;$$

$$4) \quad \frac{4}{x-3} - \frac{b}{2} = 2$$

*Решение
дробно-рациональных
уравнений
с параметром*



Определение



- *Уравнение, в котором помимо переменной содержится буквенное выражение, называется **уравнением с параметрами**.*

Что значит решить уравнение с параметром



•Решить уравнение с параметром – это значит показать, каким образом для любого значения параметра можно найти соответствующее множество корней уравнения, если корни существуют, или установить, что при этом значении параметра корней нет

Что нужно уметь



- классифицировать уравнения по типу
- решать уравнения с помощью различных методов и приемов
- выполнять вычисления и преобразования дробно-рациональных выражений
- строить и исследовать математические модели
- выполнять действия с функциями

Что нужно знать

ООД решения дробно-рациональных уравнений с параметрами



- Привести уравнение к виду «дробь равна нулю»
- Записать систему, равносильную уравнению
- Найти посторонние значения переменной и параметра
- Выписать квадратное уравнение ($f(x)=0$)
- Найти дискриминант
- Найти корни уравнения
- Исследовать посторонние значения переменной:
 - найти значение трехчлена $f(x)$ при посторонних значения переменной;
 - найти, при каких значения параметра трехчлен $f(x)$ при посторонних значения переменной равен нулю;
 - найти корни уравнения при этих значениях параметра;
- Заполнить развертку и записать ответ.

Пример 1

Для всех значений параметра a
решить уравнение:

$$\frac{x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - 2}{x^2 - 3x - 4} = 0$$

Пример 2

Для всех значений параметра a
решить уравнение:

$$\frac{x^2}{2a+3} = \frac{2x(a+1)}{2a+3}$$

Рефлексия



Домашнее задание



1. Для всех значений параметра m решить уравнение
$$\frac{x}{2m} + \frac{2}{x-2} = \frac{3x-2m}{2(x-2)}$$
2. Для всех значений параметра a решить уравнение
$$\frac{2z-1}{a} = \frac{a-1}{z}$$
3. Ответить на вопросы теста



**Спасибо
за внимание!**



Готовясь к сегодняшнему уроку, я натолкнулась на одну интересную историю: несколько десятилетий назад в Америке была объявлена премия тому автору, который напишет книгу «как человек без математики жил». Премия осталась не выданной. Как вы думаете, почему? (Ответы учащихся).

Да, вы правы ни один из авторов не смог доказать, что человеку математика не нужна, никто не смог изобразить жизнь человека без применения каких-либо математических знаний. Вот и нам с вами на уроке не обойтись без набора определенных знаний и умений.

Слайд 1 ЭПИГРАФ

Уравнение – это ключ, которым можно открыть тысячу дверей в неизвестное

Учитель:

Чем отличаются уравнения $ax = b$ и $3x = 6$, $ax^2 + bx + c = 0$ и $2x^2 - 3x + 6 = 0$?

(Ответ учащихся: в первом и третьем уравнениях не числовые коэффициенты).

Учитель: Действительно, в уравнениях $ax = b$ и $ax^2 + bx + c = 0$ не числовые коэффициенты, а буквенные. Именно такие уравнения и станут предметом нашего изучения на уроке. (Выслушиваем ответы учащихся и приходим к выводу, что это уравнения с параметром)

Задания с параметром очень интересные, однако они требуют особого внимания к себе. Для успешного решения таких задач нужно овладеть основными приёмами и методами исследования условия задачи, научиться классифицировать задания по виду и по способам решения. Это связано с тем, что каждое уравнение с параметром представляет собой целый класс обычных уравнений, для каждого из которых должно быть получено решение.

Уравнения с параметром стали привычной частью вариантов ОГЭ и ЕГЭ по математике, поэтому актуальность темы урока очевидна для подготовки к будущей итоговой аттестации.

Сегодня на уроке мы рассмотрим идеи и методы, которые широко используются при решении более сложных задач.

Надеюсь, что этот урок поучит вас мыслить.

Учитель: Перед вами уравнения, назовите к какому классу их можно соотнести?

$$(a - 2)x = 7$$

$$bx^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x - 2a = \frac{1 - a^2}{x}$$

$$\frac{4}{x - 3} - \frac{b}{2} = 2$$

Чем займемся на уроке?

Ответы детей.

Записать тему урока «Решение дробно-рациональных уравнений с параметром». Работать будем с опорными конспектами.

2. Устные упражнения.

1) Определите тип уравнения. Сколько корней у него может быть? Решите его.

а) Решить уравнения $3x - 6 = 0$, $0x = 5$, $0x = 0$.

Работа с опорным конспектом по повторению:

$ax = b$ - линейное

$a \neq 0$ $x = \frac{b}{a}$ - один корень,

$a = 0$, $b \neq 0$ - нет корней,

$a = 0$, $b = 0$ - x – любое число.

б) Решить уравнение $2x^2 - 3x + 6 = 0$

$D < 0$, т.е. нет корней.

Измените условие так, чтобы полученное уравнение имело два корня.

Работа с опорным конспектом по повторению:

$ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ - квадратное

1. Если $D > 0$, то 2 корня,

2. Если $D = 0$, то 1 корень,

3. Если $D < 0$, то нет корней.

в) Решить уравнение $\frac{y-3}{y-5} + \frac{1}{y} = \frac{y+5}{y(y-5)}$.

Составьте опорный конспект по решению дробно-рационального уравнения

ООД решения дробно-рациональных уравнений

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">▪ Привести уравнение к виду «дробь равна нулю».▪ Записать систему, равносильную уравнению▪ Умножить обе части уравнения на общий знаменатель дробей, входящих в уравнение▪ Решить полученное целое уравнение▪ Найти посторонние значения переменной▪ Исключить посторонние корни, которые обращают в нуль знаменатель дробей▪ Записать ответ |
|--|

3. Изучение нового материала.

Материализованная форма деятельности

Примечание.

- Решение первого уравнения учитель разбирает у доски со всеми комментариями, учащиеся записывают решение в тетрадь. Второе уравнение предлагается решить самостоятельно: ребята решают по группам - в тетрадях. Обмениваются решениями: анализируют, комментируют и оценивают решение группы.
- Ведущая деятельность постепенно переходит от учителя к учащимся.

1. Для всех значений параметра a решить уравнение $\frac{x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - 2}{x^2 - 3x - 4} = 0$.

Решение:

$$\frac{x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - 2}{x^2 - 3x - 4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - 2 = 0, \\ x^2 - 3x - 4 \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - 2 = 0, \\ x \neq -1, \\ x \neq 4. \end{cases} \quad (*)$$

Решим квадратное уравнение с параметром из системы:

$$x^2 - (3a-1)x + 2a^2 - 2 = 0,$$

$$D = (3a-1)^2 - 4 \cdot (2a^2 - 2) = a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2.$$

1. Найдем контрольное значение дискриминанта, исследуя его:

$$D=0 \Leftrightarrow (a-3)^2 = 0,$$

$$a-3=0,$$

$$a=3.$$

$a=3$ - контрольное значение параметра.

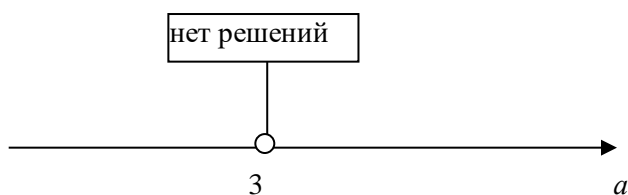
1) найдем значение переменной при $a=3$ и на несем его на развертку:

если $a=3$, то $D=0$, тогда $x_{1,2} = \frac{3a-1}{2}$,

$$x_{1,2} = \frac{3 \cdot 3 - 1}{2},$$

$$x_{1,2} = 4.$$

Получили $x_{1,2} = 4$, но $x \neq 4$ (см. систему (*)), следовательно, при $a = 3$ уравнение решений не имеет.



2) если $a \neq 3$, то $D > 0$, тогда $x_{1,2} = \frac{3a-1 \pm \sqrt{(a-3)^2}}{2}$,

$$x_{1,2} = \frac{3a-1 \pm (a-3)}{2},$$

$$x_1 = \frac{3a-1+(a-3)}{2} \quad x_2 = \frac{3a-1-(a-3)}{2},$$

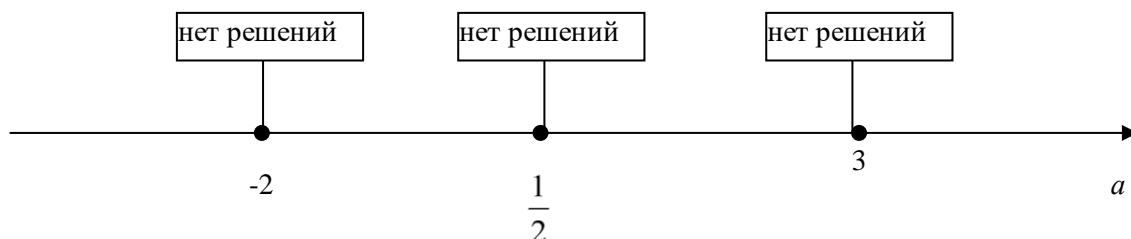
$$x_1 = \frac{4a-4}{2} \quad x_2 = \frac{2a+2}{2},$$

$$x_1 = 2a-2 \quad x_2 = a+1.$$

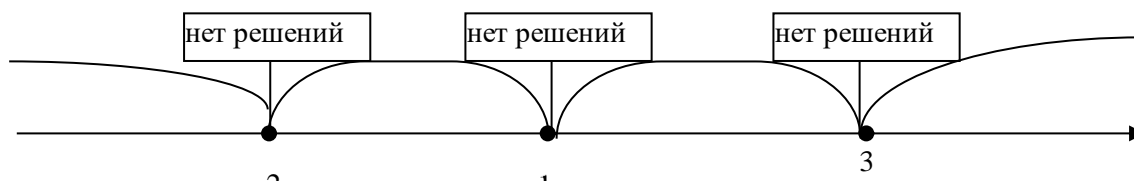
2. Исследуем посторонние корни уравнения:

Так как $x \neq -1$ и $x \neq 4$, то
$$\begin{cases} 2a-2 \neq -1, \\ 2a-2 \neq 4, \\ a+1 \neq -1, \\ a+1 \neq 4. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \frac{1}{2}, \\ a \neq 3, \\ a \neq -2, \\ a \neq 3. \end{cases}$$

Значит, при $a = \frac{1}{2}$, $a = 3$, $a = -2$ уравнение не имеет решений. Покажем это на развертке:



При $a \neq \frac{1}{2}$, $a \neq 3$, $a \neq -2$ уравнение имеет два корня $x_1 = 2a-2$ и $x_2 = a+1$. Покажем это на развертке.



$$x_1 = 2a - 2, x_2 = a + 1 \quad x_1 = 2a - 2, x_2 = a + 1 \quad x_1 = 2a - 2, x_2 = a + 1 \quad x_1 = 2a - 2, x_2 = a + 1$$

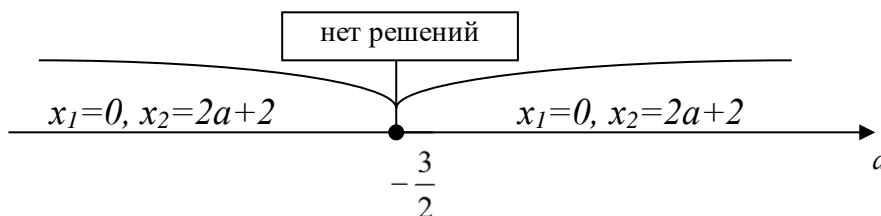
В результате исследования посторонних корней *получили новый прием нахождения контрольных значений параметра.*

Ответ: $a = \frac{1}{2}$, $a = 3$, $a = -2$: нет решений;

$$a \neq \frac{1}{2}, a \neq 3, a \neq -2 : x_1 = 2a - 2 \text{ и } x_2 = a + 1.$$

Пример 2. Решить уравнение $\frac{x^2}{2a+3} = \frac{2x(a+1)}{2a+3}$, где a – параметр.

Ответ:



Составить опорный конспект по решению дробно-рациональных уравнений с параметром

- Привести уравнение к виду «дробь равна нулю».
- Записать систему, равносильную уравнению
- Найти посторонние значения переменной и параметра.
- Выписать квадратное уравнение ($f(x)=0$).
- Найти дискриминант.
- Найти корни уравнения.
- Исследовать посторонние значения переменной:
 - ♦ найти значение трехчлена $f(x)$ при посторонних значения переменной;
 - ♦ найти, при каких значения параметра трехчлен $f(x)$ при посторонних значения переменной равен нулю;
 - ♦ найти корни уравнения при этих значениях параметра;
- Заполнить развертку и записать ответ.

III. Рефлексия.

1. Что значит решить уравнение с параметром?

Это значит показать, каким образом для любого значения параметра можно найти соответствующие значения корней, если они существуют, или установить, что при этом значении параметра корней нет. (Слайд 9)

2. Кому понравилось решать такие уравнения?

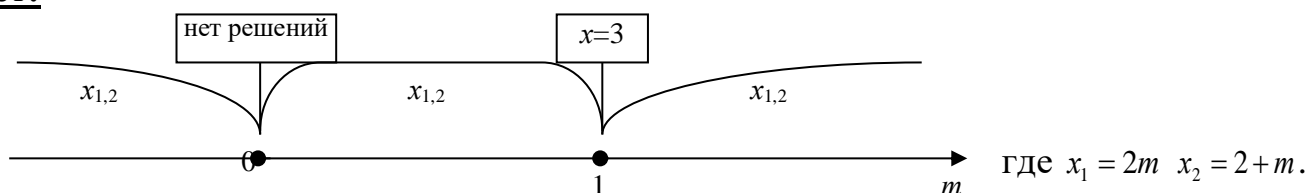
3. Мы продолжим изучение этой темы на элективных курсах.



Домашнее задание

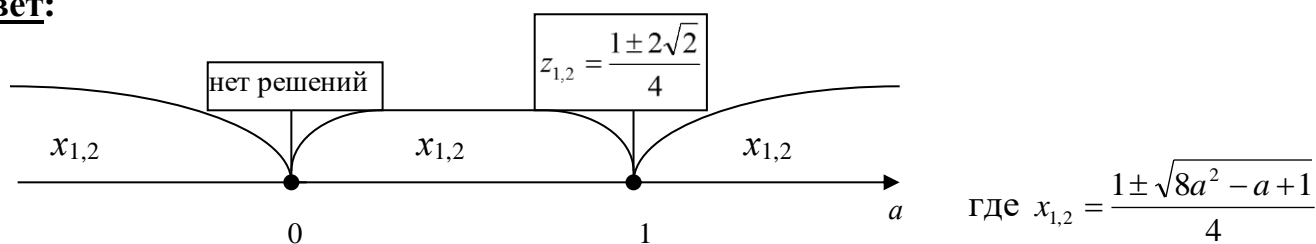
1. Для всех значений параметра m решить уравнение $\frac{x}{2m} + \frac{2}{x-2} = \frac{3x-2m}{2(x-2)}$.

Ответ:



2. Для всех значений параметра a решить уравнение $\frac{2z-1}{a} = \frac{a-1}{z}$.

Ответ:



пройти тест по теме Уравнения с параметром (Тест по QR коду)





*Уравнение — это ключ,
которым можно открыть
тысячу дверей в неизвестное*

Чем отличаются уравнения?



- $ax = b$

- $3x = 6,$

- $ax^2 + bx + c = 0$

- $2x^2 - 3x + 6 = 0?$



$$1) \quad (a - 2)x = 7 ;$$

$$2) \quad bx^2 + 3x - 1 = 0 ;$$

$$3) \quad x - 2a = \frac{1-a^2}{x} ;$$

$$4) \quad \frac{4}{x-3} - \frac{b}{2} = 2$$

*Решение
дробно-рациональных
уравнений
с параметром*



Определение



- *Уравнение, в котором помимо переменной содержится буквенное выражение, называется **уравнением с параметрами**.*

Что значит решить уравнение с параметром



• Решить уравнение с параметром – это значит показать, каким образом для любого значения параметра можно найти соответствующее множество корней уравнения, если корни существуют, или установить, что при этом значении параметра корней нет

Что нужно уметь



- классифицировать уравнения по типу
- решать уравнения с помощью различных методов и приемов
- выполнять вычисления и преобразования дробно-рациональных выражений
- строить и исследовать математические модели
- выполнять действия с функциями

Что нужно знать

ООД решения дробно-рациональных уравнений с параметрами



- Привести уравнение к виду «дробь равна нулю»
- Записать систему, равносильную уравнению
- Найти посторонние значения переменной и параметра
- Выписать квадратное уравнение ($f(x)=0$)
- Найти дискриминант
- Найти корни уравнения
- Исследовать посторонние значения переменной:
 - найти значение трехчлена $f(x)$ при посторонних значения переменной;
 - найти, при каких значения параметра трехчлен $f(x)$ при посторонних значения переменной равен нулю;
 - найти корни уравнения при этих значениях параметра;
- Заполнить развертку и записать ответ.

Пример 1

Для всех значений параметра a
решить уравнение:

$$\frac{x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - 2}{x^2 - 3x - 4} = 0$$

Пример 2

Для всех значений параметра a
решить уравнение:

$$\frac{x^2}{2a+3} = \frac{2x(a+1)}{2a+3}$$

Рефлексия



Домашнее задание



1. Для всех значений параметра m решить уравнение
$$\frac{x}{2m} + \frac{2}{x-2} = \frac{3x-2m}{2(x-2)}$$
2. Для всех значений параметра a решить уравнение
$$\frac{2z-1}{a} = \frac{a-1}{z}$$
3. Ответить на вопросы теста



**Спасибо
за внимание!**

