**Практическое применение тригонометрических формул в инженерных расчетах**

Автор: Грехова Екатерина Александровна,   
преподаватель математики КИТП ВлГУ

**Введение**

Тригонометрия является одним из фундаментальных разделов математики, который находит широкое применение в различных областях инженерной деятельности. Формулы тригонометрии позволяют решать множество практических задач, связанных с измерением расстояний, определением углов, расчётом конструкций и анализом колебательных процессов.

Разберёмся подробнее, почему именно тригонометрия важна для специалистов технических профессий и приведем конкретные примеры расчетов, демонстрирующих ее полезность.

**Почему знание тригонометрии важно инженерам, архитекторам и физикам?**

Инженеры и Архитекторы:

1. Расчет углов наклона конструкций:

Представьте строительство моста или лестницы. Чтобы обеспечить безопасность конструкции, необходимо точно рассчитать угол наклона лестничного пролета или дорожного полотна. Тригонометрические функции синус, косинус и тангенс позволяют вычислить угол, длину опор и устойчивость сооружения даже в условиях сложного рельефа местности.

2. Определение высоты и длины строительных элементов:

Когда архитектор проектирует здание сложной формы, часто возникает необходимость расчета высоты стен, крыш или пролетов перекрытий. Формулы тригонометрии облегчают выполнение этих расчетов, позволяя быстро определять размеры и нагрузки на элементы конструкций.

3. Проектирование ферменных конструкций:

Фермы представляют собой системы соединённых стержней, работающих преимущественно на растяжение и сжатие. Их прочность и надежность зависят от точного проектирования, основанного на расчете напряжений и деформаций. Здесь снова пригодятся законы синусов и косинусов для оценки усилий, возникающих в элементах фермы.

Физики:

1. Моделирование полета снарядов и ракет:

Один из классических примеров применения тригонометрии — расчеты баллистики. Дальность полета снаряда, выпущенного под углом с начальной скоростью , можно вычислить с помощью тригонометрических функций: , где 𝑔 — ускорение свободного падения.

2. Исследование волновых процессов:

В акустике и оптике волны представляются функциями вида , где 𝐴 — амплитуда, 𝑘 — волновое число, 𝜔 — частота колебаний. Исследование поведения таких волн требует понимания свойств тригонометрических функций.

3. Оценка нагрузок и вибраций машин и механизмов:

Машины и механизмы испытывают динамические нагрузки, вызванные колебаниями и вращением деталей. Для анализа механических воздействий применяются гармонические колебания, описываемые тригонометрическими функциями типа sin(𝜔𝑡) и cos(𝜔𝑡).

**Примеры расчётов с применением тригонометрии**

**Пример 1: Угол наклона крыши дома**

Архитектору необходимо спроектировать крышу, уклон которой обеспечит эффективный сток осадков и защиту от снега. Известно, что высота конька крыши над уровнем пола составляет 4 метра, а ширина дома — 10 метров. Требуется определить угол наклона крыши.

Решение:

Используя теорему Пифагора и свойства прямоугольного треугольника, найдем катет, соответствующий высоте:

Этот расчёт гарантирует проектирование надежной кровли с оптимальным наклоном.

**Пример 2: Расстояние полёта снаряда**

Необходимо определить максимальную дальность стрельбы артиллерийского орудия, стреляющего снарядом массой 𝑚 со скоростью , под углом к горизонту. Ускорение свободного падения примем равным .

Решение:

Используя формулу дальности полета:

Эти расчеты обеспечивают выбор правильной дистанции для ведения огня.

**Пример 3: Высота башни**

Известна длина тени от башни 𝑙=100 м и угол солнца к горизонтальной плоскости . Необходимо определить высоту башни.

Решение:

Высота башни связана с длиной тени и углом падения солнечных лучей через тангенс угла:

Этот пример хорошо иллюстрирует принципы тригонометрического подхода.

**Пример 4: Прочность троса канатной дороги**

Канатная дорога поднимается вверх на холм высотой ℎ=50 м, расстояние между станциями 𝑑=100 м. Определить угол подъема трассы и натяжение троса, если масса кабины с пассажирами 𝑚=1000 кг, коэффициент трения равен 𝜇=0,1, ускорение свободного падения .

Решение:

Сначала определим угол подъёма:

Далее рассчитаем усилие тяги троса 𝑇:

Это значение используется для подбора соответствующего диаметра кабеля и прочих конструктивных элементов.

**Пример 5: Эффективность солнечной батареи**

Солнечная панель расположена под углом к солнцу. Определить эффективность панели, если солнечный поток падает перпендикулярно земле и мощность излучения Солнца составляет .

Решение:

Эффективность солнечной панели прямо пропорциональна углу между направлением солнечного потока и нормалью к панеле:

Таким образом, ориентация панелей существенно влияет на выработку энергии.

**Пример 6: Радиус поворота автомобиля**

Автомобиль движется по дороге радиусом кривизны 𝑅=50 м с постоянной скоростью . Определить минимальный угол разворота руля, позволяющий совершить поворот без заноса. Ускорение свободного падения .

Решение:

Радиус поворота связывается с угловой скоростью колеса и длиной базы автомобиля. Но допустим, что автомобиль совершает идеальный поворот:

Этот угол позволит водителю уверенно пройти поворот.

**Пример 7: Усилие в стержне**

Определить усилие в стержне АС фермы, если нагрузка *F*=10 кН, угол .

**Решение:**

**Усилие в стержне определяется по формуле:**

**Строительная механика** активно использует тригонометрические соотношения при расчёте ферм, балок и других конструкций.

**Пример 8: Скорость точки кривошипа**

Определить скорость точки В кривошипа длиной *r*=0,5 м, вращающегося с угловой скоростью *ω*=10 рад/с.

**Решение:**

Скорость кривошипа находится по формуле:

**Теория механизмов** использует тригонометрию при расчёте кинематики и динамики механизмов.

**Пример 9: Фазовый сдвиг**

Определить фазовый сдвиг между напряжением и током в цепи с активным сопротивлением *R*=100 Ом и индуктивностью *L*=0,1 Гн при частоте *f*=50 Гц.

**Анализ электрических цепей**часто требует применения тригонометрических функций для расчёта фазовых сдвигов.

**Заключение**

Таким образом, знание тригонометрии необходимо специалистам технического профиля. Без неё невозможно грамотно проектировать строительные объекты, рассчитывать траекторию полёта ракеты или проводить качественный анализ механической прочности устройств. Эти знания позволяют инженерам и учёным создавать надёжные и устойчивые конструкции, обеспечивать высокую производительность промышленных предприятий и решать разнообразные научные задачи.

Формулы тригонометрии делают возможным точное моделирование природных и искусственных процессов, обеспечивая успешное функционирование современной техники и архитектуры.

**Список использованной литературы**

1. Бермант, А.Ф., Араманович, И.Г. Краткий курс математического анализа. — СПб.: Лань, 2016. — 736 с.

2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — М.: Астрель, 2005. — 589 с.

3. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике. — СПб.: Лань, 2013. — 256 с.

4. Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике. — М.: Наука, 1987. — 336 с.

5. Смирнова, И.В., Смирнов, В.А. Геометрия и топология. — СПб.: Лань, 2016. — 576 с.

6. Хованская, И.С. Высшая алгебра и аналитическая геометрия. — М.: Либроком, 2013. — 320 с.

7. Электронный ресурс. Материалы сайта MathProfi.ru. — Режим доступа: <https://mathprofi.ru/> [дата обращения: 22.07.2025]

8. Электронный ресурс. Mathematica Stack Exchange. — Режим доступа: <https://mathematica.stackexchange.com/> [дата обращения: 22.07.2025]