**Текстовые задачи на ЕГЭ по математике.**

Это задание есть в вариантах профильного и базового ЕГЭ и считается одним из самых легких. И тем не менее даже отличники часто ошибаются, решая такие задачи. Почему? – Потому что  не прочитали условие или допустили арифметическую ошибку.

Условия и «сюжеты» текстовых задач могут быть разными. При этом в каждой из них нужно построить математическую модель, то есть обозначить какие-либо величины за переменные, составить уравнение и решить его.

Типы текстовых задач:

**1.**[Задачи на движение по прямой](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/tekstovye-zadachi/zadachi-na-dvizhenie-na-egeh-i-ogeh-po-matematike/)

2. [**Задачи на движение по окружности**](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-dvizhenie-po-okruzhnosti/)

**3.**[Задачи на нахождение средней скорости](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-naxozhdenie-srednej-skorosti/)

**4.**[**Задачи на движение протяженных тел, встречное движение и обгон**](https://ege-study.ru/zadachi-na-dvizhenie-protyazhennyx-tel-i-slozhenie-skorostej/)

**5.**[Задачи на работу](https://ege-study.ru/zadachi-na-rabotu-na-ege-po-matematike/)

Секреты решения задач ЕГЭ по математике на движение и работу

6**.**[**Задачи на сплавы, смеси, растворы**](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-splavy-smesi-rastvory/)

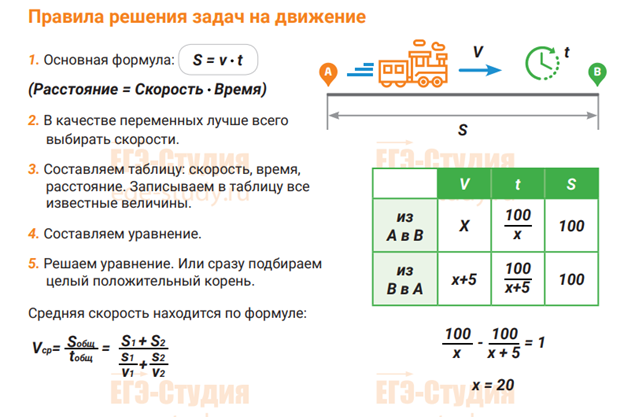
**7.**[Задачи на проценты](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadachi-ege-na-procenti/)

**8. Задачи на арифметическую прогрессию**

**9. Задачи на геометрическую прогрессии**

Рассмотрим правила решения основных типов текстовых задач, которые могут вам встретиться на ЕГЭ.

***1.***[***Задачи на движение по прямой***](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/tekstovye-zadachi/zadachi-na-dvizhenie-na-egeh-i-ogeh-po-matematike/)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/11-1.png)

*Примеры решения задач*

1. *Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 4 часа позже автомобилиста.*

Скорость велосипедиста. –х. Автомобилист проезжает на 40 километров больше, значит, его скорость равна x+40. Для велосипедиста получим t1=50/x, для автомобилиста t2=50/x+40.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| велосипедист | x | t1=50/x | 50 |
| автомобилист | x+40 | t2=50/(x+40) | 50 |

Остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста. Позже — значит, времени он затратил больше. Это значит, что t1 на четыре больше, чем t2,

то есть t2+4=t1

50/(x+40)+4=50/x.

Ответ: 10.

2*.   Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.*

Пусть x км\ч - скорость течения. Тогда скорость движения теплохода по течению равна 15+x, скорость его движения против течения равна 15−x. Расстояния — и туда, и обратно — равны 200 км.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| по течению | x+15 | 200/(15+x) | 200 |
| против течения | 15−x | 200/(15−x) | 200 |

В пункт отправления теплоход вернулся через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 10 часов, следовательно, 30 часов теплоход плыл — сначала по течению, затем против.

Значит, t1+t2=30;

200/(15+x)+200/(15−x)=30.

Ответ: 5.

***2.***[***Задачи на движение по окружности***](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-dvizhenie-po-okruzhnosti/)

Формула S=v⋅t работает и в этом случае. Здесь S – расстояние,  v – скорость, t – время.

А секрет задач на движение по окружности: тот, кто обгоняет, проезжает на 1 круг больше, если это первый обгон. И на n кругов больше, если обогнал другого в n-ный раз.

*Основные принципы решения задач*

1). Направление движения по окружности может быть по часовой стрелке и против часовой стрелки.

2). Самое основное в задачах на движение по окружности — это рассмотреть момент, когда тела находятся в одной точке, встретились, одно тело догнало другое тело, поравнялись. Все эти формулировки говорят об одной и той же ситуации: тела находятся в одной точке на окружности..

3). Пусть два тела со скоростями  V1 > V2 начали движение из одной точки в одном направлении. Этот момент будем считать нулевым разом, когда они находятся в одной точке. Если l — длина круга,   t1— время, через которое они окажутся в одной точке в первый раз, то справедливо равенство (см.рис).

v1 l=(v1 **–** v2)\* t1

v2

То есть за время t1 первое тело пройдет расстояние, на l (ед.) большее (то есть на один круг), чем второе тело. Если tn — время, через которое они в n-ый раз окажутся в одной точке, то  tn =n\* t1. Значит, через время tn после начала движения первый пройдет на n кругов больше, чем второй, то есть пройденное им расстояние на n\* l (ед.) больше.

4). Пусть два тела начали движение со скоростями V1 > V2  из разных точек в одном направлении. Чтобы свести задачу к предыдущему виду, нужно найти сначала время  t0 ,через которое первый догонит второго (это будет тот самый нулевой раз, когда они оказались в одной точке), после чего можно рассуждать, как в предыдущем пункте.

Если на момент начала движения расстояние между ними равно длине дуги A 1 A 2 = S, то верно равенство (см.рис).

S = (v1 **–** v2)\* t1

A2 V2

V1

A1

*Примеры решения задач*

1. *Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.*

Пусть скорость второго автомобиля равна X км/ч. Заметим, что второй столбец таблицы заполняется в часах, поэтому 40 минут нужно перевести в часы, получим 2/3 часа. Расстояние найдем по формуле S=V\*t

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | V, км/ч | t, ч | S, км |
| 1 автомобиль | 80 | 2/3 | 80\*2/3 |
| 2 автомобиль | X | 2/3 | 80\*2/3 |

Теперь осталось заметить, что фраза «первый автомобиль опережал второй автомобиль на один круг» означает, что расстояние, пройденное первым автомобилем, больше расстояния, пройденного вторым автомобилем, ровно на один круг, то есть на 14 км. Получаем уравнение:

80\*2/3 - X\*2/3 =14

X=59

Ответ: скорость второго автомобиля равна 59 км/ч.

1. *Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он ещё не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.*

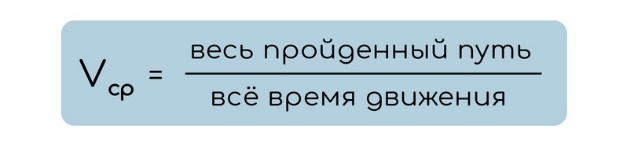
К моменту, когда мотоциклист первый раз догнал велосипедиста он проехал за 10 минут расстояние, на которое велосипедист потратил 40 минут. Следовательно, скорость велосипедиста в 4 раза меньше скорости мотоциклиста. Пусть скорость велосипедиста равна Х км/ч, тогда скорость мотоциклиста будет равна 4Х км/ч. Теперь будем рассматривать задачу начиная с момента их первой встречи. Заполним таблицу, учитывая, что  30 мин= ½ часа.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | V, км/ч | t, ч | S, км |
| Велосипедист | Х | 1/2 | ½\*Х |
| Мотоциклист | 4Х | 1/2 | ½\*4Х |

Так как за 30 минут мотоциклист обогнал велосипедиста на один круг, расстояние, пройденное мотоциклистом за 30 минут, больше расстояния, пройденного велосипедистом за 30 минут, на один круг, то есть на 30 км. Получаем уравнение: 1\2\*4Х – ½\*Х =30

Следовательно, скорость велосипедиста равна 20 км/ч, тогда скорость мотоциклиста равна 80 км/ч.

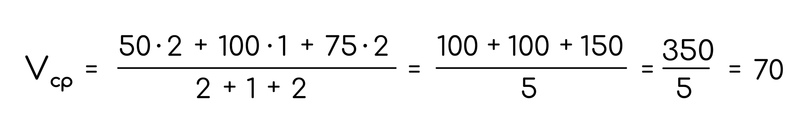
***3.***[***Задачи на нахождение средней скорости***](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-naxozhdenie-srednej-skorosti/)

По определению, средняя скорость получается, если всё расстояние поделить на всё время. В общем случае она не равна среднему арифметическому скоростей, а находится по следующей формуле:  

*Примеры решения задач*

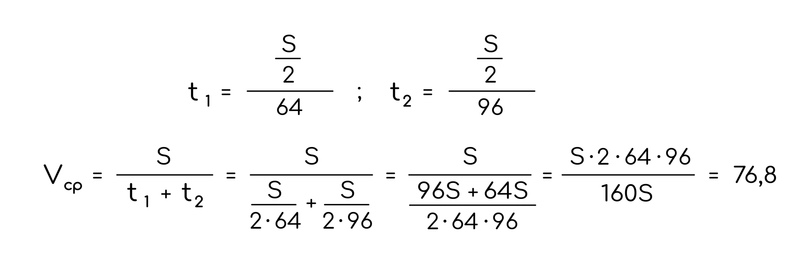
1. *Первые 2 часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем 2 часа – со скоростью 75 км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.*

Весь путь можно расписать как**сумму расстояний,** которые автомобиль прошел на каждом этапе. Для этого каждую **скорость**мы **умножаем на** соответствующее **время** движения. После надо этот путь поделить на общее время движения, которое было потрачено на дорогу:



1. *Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 64 км/ч, а вторую – со скоростью 96 км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути*.

В этой задаче нам **не дано время,** но мы можем его **выразить.** Представим весь путь в виде переменной S. Тогда половина пути будет S/2. Теперь осталось выразить время **на каждой половине**пути через S/2 и скорость, которая нам указана:



*Тут главное помнить саму****идею* деления всего пути на все время.**

***4.***[***Задачи на движение протяженных тел, встречное движение и обгон***](https://ege-study.ru/zadachi-na-dvizhenie-protyazhennyx-tel-i-slozhenie-skorostej/)

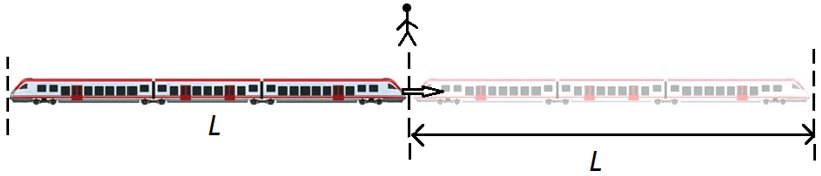
Да, это те самые задачи, где поезд проходит через туннель. Или проезжает мимо платформы. И нам нужно учитывать длину поезда.

Есть еще задачи на встречное движение или обгон. Например, два поезда движутся навстречу друг другу (конечно, по параллельным путям), или один поезд обгоняет другой. Такие задачи удобно решать в движущейся системе отсчета.

В задачах на движение мимо объекта обязательно присутствуют протяженные тела — поезда, туннели, корабли и т. п. Зачастую движущимся объектом является поезд.

Если поезд длиной *L* движется мимо точечного объекта (столба, светофора, человека), то он проходит расстояние, равное его длине *L*:

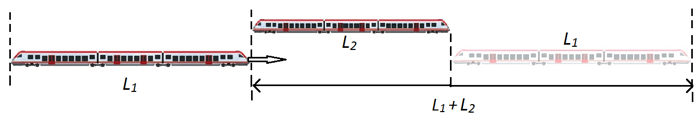
*S* = *L* = *v*0 · *t*.



При этом, если точечный объект (пешеход, велосипедист) тоже движется, то совместная скорость равна сумме скоростей, если поезд и объект двигаются в разных направлениях (как в пункте 1), и равна разности скоростей, если они двигаются в одном направлении (как в пункте 2).

Если поезд длиной *L1* движется мимо протяженного объекта (туннеля, лесополосы) длиной *L2*, то он проходит расстояние, равное сумме длин самого поезда и протяженного объекта:

*S* = *L*1 + *L*2 = *v*0 · *t*.



При этом, если протяженный объект (например, другой поезд) тоже движется, то совместная скорость равна сумме скоростей, если оба объекта двигаются в разных направлениях, и равна разности скоростей (из большей вычитается меньшая), если они двигаются в одном направлении.

*Примеры решения задач*

*1. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: 1-й длиной 120 метров, 2-й – длиной 80 метров. Сначала 2-й сухогруз отстает от 1-го и в некоторый момент времени расстояние от кормы 1-го сухогруза до носа 2-го сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже 1-й сухогруз отстает от 2-го так, что расстояние от кормы 2-го сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость 1-го меньше скорости 2-го сухогруза?*

Будем считать, что 1-й сухогруз неподвижен, а 2-й приближается к нему со скоростью ***х*** (м/мин), равной разности скоростей 2-го и 1-го сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние ***s*** = 400 + 80 + 120 + 600 = 1200 (м). Поэтому

Переведем в км/ч: 0,1 км ∙ 60 мин = 6 км/ч.

Ответ: 6

2*. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.*

Скорость движения поезда:

V = 60 км/ч = 60000 м / 60 мин = 1000 м/мин.

Время, за которое поезд проезжает мимо столба: t = 30 сек. = ½ мин.

Длину поезда можно найти как пройденное расстояние: S = V ∙ t = 1000 ∙ ½ = 500 м.

Ответ: 500

*3. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 54 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 6 км/ч навстречу ему пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.*

Скорость сближения поезда и пешехода:

V = 54 + 6 = 60 км/ч = 60000 м / 60 мин =

= 1000 м/мин.

Время, за которое поезд проезжает мимо столба: t = 30 сек. = ½ мин.

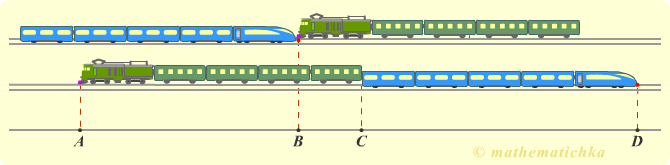
Длину поезда можно найти как пройденное расстояние: S = V ∙ t = 1000 ∙ ½ = 500 м.

Ответ: 500

*4.* *По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.*

Время дано в секундах, ответ нужно дать в метрах, поэтому выражаем обе скорости в м/с: 65 км/ч = 65·1000/60/60 м/с = 650/36 м/с; 35 км/ч = 35·1000/60/60 м/с = 350/36 м/с.

Ставим красную точку "на носу" скорого поезда и фиолетовую точку "на носу" пассажирского поезда. Чертим схему, на которой отмечаем положение обеих точек в момент, когда поезда встретились, и их положение через 36 секунд, когда они прошли друг друга.



По схеме видно, что фиолетовая точка прошла расстояние AB = (350/36)**·**36 = 350 метров, a красная точка прошла расстояние BD = (650/36)·36 = 650 метров.

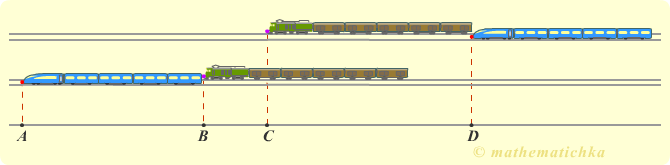
Из рисунка видно, что сумма пройденных расстояний - отрезок AD - равна общей длине двух поездов. Найдем длину скорого поезда: СD = AB + BD − AC = 350 + 650 − 700 = 300 (метров).

Ответ: 300

*5. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.*

Время дано в минутах, ответ нужно дать в метрах, поэтому выражаем обе скорости в м/мин: 90 км/ч = 90·1000/60 = 1500 м/мин; 30 км/ч = 30·1000/60 = 500 м/мин.

Ставим красную точку "на носу" пассажирского поезда, и фиолетовую точку "на носу" товарного поезда. Чертим схему, на которой отмечаем положение обеих точек в момент, когда пассажирский поезд догнал товарный, и их положение через минуту, когда пассажирский поезд закончил обгон товарного

. 

По схеме видно, что красная точка прошла расстояние AD за 1 минуту со скоростью 1500 м/мин, следовательно AD = 1500·1 = 1500 (м). Аналогично, фиолетовая точка прошла расстояние BС за 1 минуту со скоростью 500 м/мин, следовательно BC = 500·1 = 500 (м). Из рисунка видно, что AD = AB + ВС + CD, где отрезок AВ равен длине пассажирского поезда, отрезок СD равен длине товарного поезда.Находим длину пассажирского поезда AВ = AD − BC − CD = 1500 − 500 − 600 = 400 (м).

Ответ: 400

***5.***[***Задачи на работу***](https://ege-study.ru/zadachi-na-rabotu-na-ege-po-matematike/)

*Примеры решения задач*

1. *Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?*

Пусть производительность второго рабочего x. Тогда производительность первого рабочего равна x+1 (он делает на одну деталь в час больше).

 t=A/p, время работы первого рабочего равно t1=110/(x+1), время работы второго равно t2=110/x.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первый рабочий | x+1 | t1=110x+1 | 110 |
| второй рабочий | x | t2=110x | 110 |

Первый рабочий выполнил заказ на час быстрее. Следовательно, t1 на 1 меньше, чем t2,

то есть t1=t2−1;

110/(x+1)=110/x−1.

Ответ: 10.

*2.* *Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?*

Примем производительность первой трубы за x. Тогда производительность второй трубы равна x+1, поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | p | t | A |
| первая труба | x | t1=110/x | 110 |
| вторая труба | x+1 | t2=99/(x+1) | 99 |

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем вторая. Значит, t1−t2=2. Составим уравнение: 110/x−99/(x+1)=2  Ответ: 10.

***Секреты решения задач ЕГЭ по математике на движение и работу***

Умеете ли вы решать задачи ЕГЭ на [движение](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadanie-11-ege-zadachi-na-dvijenie/) и [работу](https://ege-study.ru/zadachi-na-rabotu-na-ege-po-matematike/)? Еще нет? Тогда срочно прочитайте, как это делается! Как мы записываем данные задачи в таблицу. В задачах на движение применяем формулу: S=v⋅t. В задачах на работу — похожую формулу A=p⋅t.

Составляем уравнение. Иногда оно линейное или дробно-рациональное и решаем его.

А теперь самое интересное. Во многих случаях решить задачу ЕГЭ на движение или на работу можно... в несколько раз быстрее! То есть вообще не решая уравнение!

*1. Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость*

Сначала решим эту задачу обычным способом.

Начинаем с таблицы. Пусть x — скорость баржи на пути из A в B. Расстояние между A и B равно 234 километра. Из формулы S=v⋅t легко выразить время: t=Sv=234x.

На обратном пути скорость на 4 км/ч больше, расстояние то же. Время, затраченное на путь из B в A, равно 234x+4.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| Из A в B | x | 234/x | 234 |
| Из B в A | x+4 | 234/x+4 | 234 |

Сразу поясним: здесь речь идет о времени, когда баржа находилась в движении. В условии задачи говорится, что на обратный путь баржа затратила столько же времени, сколько на путь из A в B. При этом 8 часов баржа стояла, а время, которое она плыла, равно 234x+4.

Запишем, что время, затраченное на путь из A в B и на обратный путь — одинаково.

234/x=234/(x+4)+8. x=9. Это и есть ответ.

А теперь быстрый способ решения.

Посмотрим еще раз на наше уравнение:

117/x−117/(x+4)=4.

Заметим, что 117=13⋅9. Мы видим, что разность двух делителей числа 117 равна четырем. Подберем целый корень уравнения: x=9.

Часто в задачах ЕГЭ на движение и работу ответами являются целые числа, и их легко подобрать.

*2. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 128 км. На следующий день он отправился обратно в A со скоростью на 8 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 8 часов. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A. Ответ дайте в км/ч.*

Скорость велосипедиста на пути из B в A, которую надо найти, обозначим x. Тогда скорость на пути из A в B равна x−8.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| Из A в B | x−8 | 128/(x−8) | 128 |
| Из B в A | x | 128/x | 128 |

 Составим уравнение:

128/(x−8)−128/x=8. Сократим обе части уравнения на 8. 16/(x−8)−16/x=1. Разность двух делителей числа 16 равна единице. Если 16x−8=2, а 16x=1, то x=16. Это ответ.

А теперь задача ЕГЭ на работу.

*3. На изготовление 575 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 600 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?*

1 способ. Составим таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | v | t | S |
| 1 рабочий | x | 575/x | 575 |
| 2 рабочий | x−1 | 600/x−1 | 600 |

600/(x−1)−575/x=2.

D=5329.  x=25.

2 способ. Обойдемся без решения квадратного уравнения!

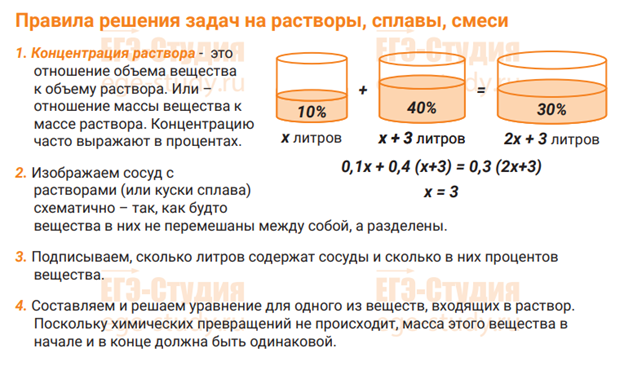
600/(x−1) − 575/x=2.

На какие натуральные числа делится число 575? 575=5⋅5⋅23=25⋅23.

Если x=25; то 600/(25−1)−575/25=2.

Ответ: 25.

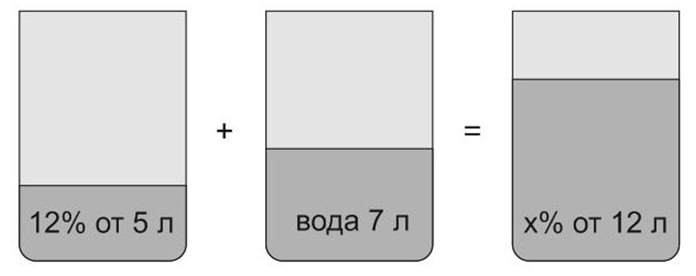
***6.***[***Задачи на сплавы, смеси, растворы***](https://ege-study.ru/zadachi-ege-na-splavy-smesi-rastvory/)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/11-4.png)

*Примеры решения задач*

*1.*  *В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?*

В решении подобных задач помогает картинка. Изобразим сосуд с раствором схематично — так, как будто вещество и вода в нем не перемешаны между собой, а отделены друг от друга, как в коктейле. И подпишем, сколько литров содержат сосуды и сколько в них процентов вещества. Концентрацию получившегося раствора обозначим x.

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2024/09/photo_2022-12-13_23-15-52.jpg)

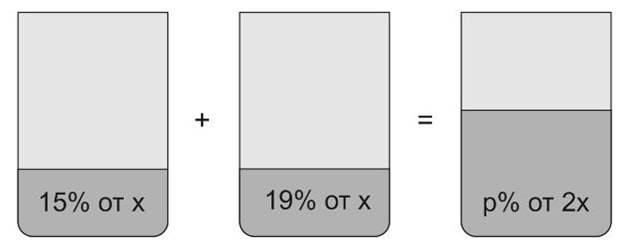
Первый сосуд содержал 0,12⋅5=0,6 литра вещества. Во втором сосуде была только вода. Значит, в третьем сосуде столько же литров вещества, сколько и в первом:

0,12⋅5=0,01x⋅12;  
x=5.

Ответ: 5

*2. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?*

Пусть масса первого раствора равна x. Масса второго — тоже x. В результате получили раствор массой 2x. Рисуем картинку.

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2024/09/photo_2022-12-13_23-16-46.jpg)

Получаем: 0,15x+0,19x=0,34x=0,17⋅2x.

Ответ: 17

*3.  Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?*

**Свежие фрукты (ягоды) - ? кг Высушенные фрукты (ягоды) - 20кг**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вода** | **Сухое вещество** |  | **Вода** | **Сухое вещество** |
| **90%** | **10%** |  | **5%** | **95%** |

100% - 90% = 10% 100% - 5% = 95%

(95 **:** 10) \* 20 = 190

Ответ: 190

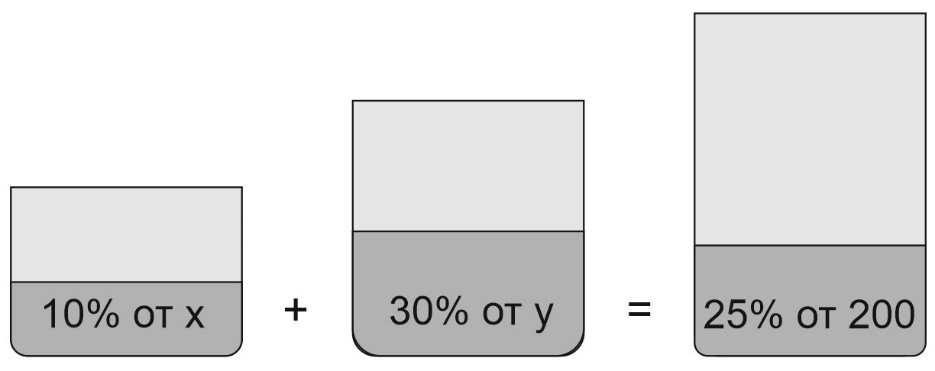
*4. Содержание сахара в одном соке – 10%, а в другом – 15%. Смешали 4л первого и 6 л второго сока. Каково содержание сахара (в процентах) в смеси?*

Всего сахара в смеси: 0,1⋅4+0,15⋅6=1,3 л. В процентах 1,310⋅100%=13%.

Ответ: 13.

*5.  Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?*

Пусть масса первого сплава равна x, а масса второго равна y. В результате получили сплав массой x+y=200.

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2024/09/Screenshot_1.jpg)

Запишем простую систему уравнений: x+y=200 и 0,1x+0,3y=0,25⋅200.

Первое уравнение — масса получившегося сплава, второе — масса никеля.

Решая, получим, что x=50,y=150.

Ответ: 100.

*6. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?*

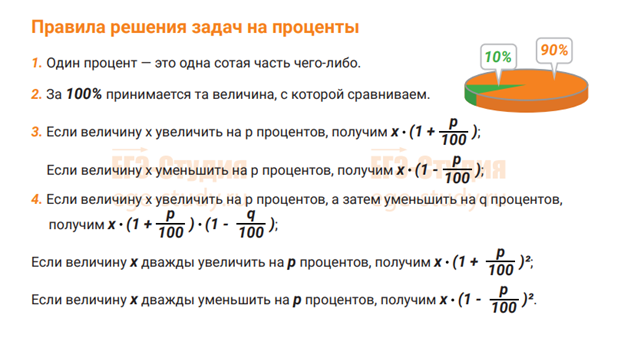
Пусть масса первого раствора x, масса второго равна y. Масса получившегося раствора равна x+y+10. Запишем систему уравнений, для количества кислоты.

0,3x+0,6y=0,36(x+y+10) и 0,3x+0,6y+0,5⋅10=0,41(x+y+10).

Решаем получившуюся систему. Имеем: x=60, y=30.

Ответ: 60

***7.***[***Задачи на проценты***](https://ege-study.ru/ru/ege/materialy/matematika/zadachi-ege-na-procenti/)

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/11-3.png)

*Примеры решения задач*

1. *В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?*

По условию, в 2009 году число жителей выросло на 8%, то есть стало равно 40000 ⋅ 1,08 = 43200 человек. А в 2010 году число жителей выросло на 9%, теперь уже по сравнению с 2009 годом. Получаем, что в 2010 году в квартале стало проживать 40000⋅1,08⋅1,09=47088 жителей.

Ответ: 47088

*2.*  *Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей*.

Холодильник стоил 20000 рублей. Его цена два раза уменьшилась на p%, и теперь она равна: 20000⋅(1−p/100)2=15842; (1−p/100)2=15842/20000;

(1−p/100)2=7921/10000; 1−p/100=89/100; p=11.

Ответ: 11

*3. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?*

Ситуации, о которых говорится в задаче («если бы зарплата мужа увеличилась, если бы стипендия дочки уменьшилась...») назовем «ситуация A» и «ситуация B».

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | муж | жена | дочь | Общий доход |
| В реальности | x | y | z | x+y+z |
| Ситуация A | 2x | y | z | 1,67(x+y+z) |
| Ситуация B | x | y | 13z | 0,96(x+y+z) |

Осталось записать систему уравнений: 2x+y+z=1,67\*(x+y+z), и x+y+1/3z=0,96\*(x+y+z).

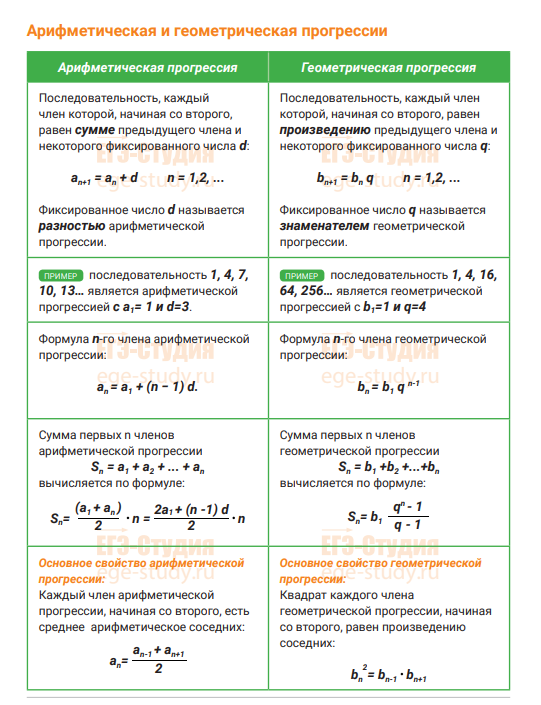
Два уравнения и три неизвестных! Мы не сможем найти x, y и z по отдельности. Правда, нам это и не нужно. Лучше возьмем первое уравнение и из обеих его частей вычтем сумму x+y+z.

Получим: x=0,67(x+y+z). Это значит, что зарплата мужа составляет 67% от общего дохода семьи.

Во втором уравнении мы тоже вычтем из обеих частей выражение x+y+z, упростим и получим, что

z=0,06(x+y+z).

Значит, стипендия дочки составляет 6% от общего дохода семьи. Тогда зарплата жены составляет 27% общего дохода. Ответ: 27

[](https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2019/08/11-7.png)

***8. Задачи на арифметическую прогрессию***

*Примеры решения задач*

*1. Максим решил накопить на айфон последней модели и 1 марта положил в копилку 10 рублей. С этого дня Максим ежедневно опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день. Сколько рублей будет в копилке 31 мая, после того как Максим, как обычно, положит туда деньги?*

По условию, 1 марта в копилке у Максима 10 рублей; 2 марта Максим опускает в копилку на 10 рублей больше, чем в предыдущий день, то есть 20 рублей; 3 марта он добавляет еще 30 рублей; 4 марта 40 рублей; 5 марта 50 руб.

Мы имеем дело с ***арифметической прогрессией.***

В нашей прогрессии a1=10,d=10. В марте 31 день, в апреле 30, в мае 31 день. Значит, n=31+30+31=92.

31 мая Максим положит в копилку a92=a1+(92−1)d=10+910=920 рублей.

Всего в копилке в этот день будет S92=(a1+an)/2⋅92=(10+920)/2⋅92=42780 рублей.

Ответ: 42780

*2. Студент Василий задумал стать репетитором. Он рассчитал, что будет проводить ровно 4 занятия в месяц с каждым учеником и стоимость каждого занятия составит 1000 рублей. Если в первый месяц у Василия 2 ученика и каждый месяц число учеников увеличивается на 1, то сколько заработает Василий за 12-й месяц работы? Сколько всего заработает Василий за год (то есть за 12 месяцев работы)?*

В первый месяц у Василия два ученика. Во второй – три ученика, в третий – четыре, в каждый следующий – на одного ученика больше. Число учеников Василия образует арифметическую прогрессию, где a1=2 – первый член прогрессии, d=1 – разность прогрессии. По формуле n-ного члена арифметической прогрессии, aт=a1+(n−1)d.

Получим: a12=2+(12−1)⋅1=2+11=13. Работая 12-й месяц, Василий обучает 13 учеников. Проводя с каждым 4 занятия по 1000 рублей в месяц, Василий заработает за 12-й месяц 13⋅4=52 тысячи рублей. Сколько всего заработает Василий за год?

Суммы, которые Василий зарабатывает ежемесячно, также образуют арифметическую прогрессию, в которой n=12, c1=8 тысяч рублей, а c12=52 тысячи рублей.

По формуле суммы арифметической прогрессии, Sn=(c1+cт)/2⋅n.

 S12=(8+52)/2⋅12=360 тысяч рублей.

Ответ: 360 тыс руб

*3. Ученица Маша хочет сдать тест не менее чем на 88 баллов. Студент Василий заметил, что каждый месяц результат Маши увеличивается на 7 баллов. За сколько месяцев занятий Маша достигнет результата, если ее результат до начала занятий составлял 43 балла?*

После первого месяца занятий результат Маши улучшается на 7 баллов и составляет 43+7=50 баллов. Еще через месяц 50+7=57 баллов.

Мы имеем дело с арифметической прогрессией, в которой a1=43, d=7.

Пусть результат не ниже 88 баллов достигнут через n месяцев.

Получим: an=a1+(n−1)d=43+7⋅(n−1)≥88;

43+7⋅(n−1)≥88;

n−1≥45/7;

n≥52/7.

Так как n– целое, n≥8.

Осталось ответить на вопрос задачи.

Результаты теста Маши составляют арифметическую прогрессию, в которой a1=43, a2=50...a8=a1+(n−1)d=43+(8−1)⋅7=92.

Значит, через 1 месяц занятий результат Маши увеличится до 50,через два – до 57, а через семь – до 92.

Семь месяцев занятий нужно Маше, чтобы достичь результата.

***9. Задачи на геометрическую прогрессии***

*1. Начинающий видеоблогер Маша подсчитала, что каждый ее следующий новый видеоролик набирает в 3 раза больше просмотров, чем предыдущий. а) Сколько просмотров набрал шестой видеоролик Маши, если первый посмотрели 20 человек? б) Сколько просмотров набрали 6 первых видеороликов Маши?*

По условию, каждый следующий новый видеоролик Маши набирает в 3 раза больше просмотров, чем предыдущий. Первый набрал 20 просмотров, второй 60, третий 180. Легко посчитать, сколько наберут четвертый, пятый, шестой…

Эти величины образуют геометрическую прогрессию, где b1=20  – количество просмотров первого ролика Маши, q=3  - знаменатель прогрессии. По формуле n-го члена геометрической прогрессии:

 bт=b1 \*qn-1

Значит, b6=b1\*q5= 20⋅36−1=20⋅35=20⋅243=4860 просмотров.

Найдем, сколько просмотров набрали все 6 видеороликов Маши.

По формуле суммы первых членов геометрической прогрессии:

Sn=(b1 \* qn−1 )/q−1.

Получим: S6=b1+b2+...+b6=b1 (q6−1)/(q−1)=20⋅(36−1)/(3−1)=10⋅(272−1)=7280.

Шестой видеоролик Маши набрал 4860 просмотров, а все 6 первых набрали 7280 просмотров.

Ответ:7280

*2. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?*

Невелика была прибыль Бубликова в 2000 году. Зато каждый год прибыль увеличивалась на 300%, то есть в 4 раза по сравнению с предыдущим годом. Геометрическая прогрессия! Ищем ее четвертый член:

5000⋅43=320000.

*3. Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 6000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?*

Определим основные понятия задачи.

***Капитал компании*** – совокупность всех средств, имеющихся у компании.

***Прибыль*** – разница между доходом и расходом (затратами).

Если в 2002 году прибыль компании «Альфа» составляет 100% от капитала прошлого года, значит, за год капитал компании «Альфа» удвоился. Аналогично, капитал компании «Альфа» удваивается в 2003, 2004, 2005 и 2006 годах, то есть в 2006 году он составил 3000⋅25=96000 тысяч долларов.

Капитал компании «Бета» ежегодно увеличивается в 3 раза. В 2006 году он увеличился в 33=27 раз по сравнению с 2003 годом и составил  6000⋅27=162000 долларов.

Это на 66 тысяч долларов больше, чем капитал компании «Альфа».

Ответ: 66000