**Практико-ориентированный подход к изучению тригонометрии: от эксперимента к реальным измерениям**

Даллакян Артём Артурович

Учитель математики  
МБОУ СШ№10

**Введение**

Геометрия, и особенно ее раздел тригонометрия, часто воспринимается школьниками как абстрактная и сложная дисциплина, оторванная от повседневной жизни. Эта "дистанцированность" от реальности, возможно, и является одной из ключевых причин возникающих трудностей и снижения мотивации. Данная методическая разработка предлагает практико-ориентированный подход, призванный сделать базовые понятия тригонометрии прямоугольного треугольника осязаемыми, жизненными и понятными через непосредственную деятельность учащихся. Представленные задания и формы работы (практические и лабораторные работы, занятия на свежем воздухе) апробированы автором в реальной педагогической практике и направлены на преодоление разрыва между теорией и практикой.

**1. Синус, косинус, тангенс, котангенс: Открытие через эксперимент**

*Оборудование:* Транспортир, линейка, карандаш, калькулятор.  
*Историко-методическая справка:* Понятия тригонометрических отношений имеют глубокие корни в астрономии и геодезии древности (Гиппарх, Птолемей). Ключевая идея — постоянство *отношений* сторон в подобных прямоугольных треугольниках — позволяет перейти от конкретных размеров к абстрактным функциям угла. Практический эксперимент служит здесь основой для индуктивного вывода, следуя принципам деятельностного подхода в обучении (Выготский, Леонтьев).

*Методика проведения:*  
Учитель раздает карточки с величинами острых углов (например, 30°, 45°, 60°). Учащиеся (индивидуально или в парах) рисуют **несколько** (минимум 3) прямоугольных треугольников с указанными углами, но **разными** длинами катетов (например, гипотенуза 5 см, 10 см, 15 см). Далее вводятся обозначения:

* Синус угла = Противолежащий катет / Гипотенуза (sin α = a/c)
* Косинус угла = Прилежащий катет / Гипотенуза (cos α = b/c)
* Тангенс угла = Противолежащий катет / Прилежащий катет (tg α = a/b)
* Котангенс угла = Прилежащий катет / Противолежащий катет (ctg α = b/a)

Ученики измеряют стороны своих треугольников и вычисляют значения sin α, cos α, tg α, ctg α для заданного угла в каждом из построенных треугольников. **Главный вывод эксперимента:** Несмотря на разные размеры треугольников, значения тригонометрических функций для *одного и того же* острого угла остаются практически одинаковыми (допуская небольшую погрешность измерений). Это наглядно демонстрирует, что данные функции зависят **исключительно от величины угла**, а не от размеров треугольника. Значение угла становится аргументом функции.

**2. Измерение длин без линейки: Применение таблиц**

*Оборудование:* Раздаточный материал с изображениями прямоугольных треугольников (с одним известным катетом и указанными острыми углами), транспортир, калькулятор, таблицы Брадиса (или их цифровой аналог).  
*Методическая справка:* Этот этап развивает вычислительные навыки и умение работать со справочной информацией (таблицами). Использование таблиц Брадиса, хотя и уступившее место калькуляторам, полезно для понимания исторического контекста и развития "чувства числа". Задача направлена на применение только что открытого свойства: зная угол и одну сторону, можно найти другие стороны через тригонометрические функции.

*Методика проведения:*

1. Ученики измеряют транспортиром острые углы в предложенных треугольниках на раздаточных листах.
2. Используя таблицы Брадиса (или калькулятор), находят значения sin, cos, tg для измеренных углов.
3. Зная длину одного катета (например, прилежащего к углу α - b) и значение функции, связанной с нужной стороной, составляют пропорции:
   * Чтобы найти гипотенузу c: cos α = b / c => c = b / cos α
   * Чтобы найти противолежащий катет a: tg α = a / b => a = b \* tg α или sin α = a / c (если c найдено ранее).
4. Производят вычисления.
5. **Контроль:** Учитель проводит измерение "неизвестной" стороны линейкой. Допустимое расхождение (±5 мм) учитывает погрешности рисования, измерения углов и длин. Совпадение результатов (в пределах погрешности) подтверждает правильность примененного метода и вычислений.

**3. Решение практических задач: Мост к реальности**

*Методическая справка:* Этот этап критически важен для формирования понимания прикладного значения тригонометрии. Решение абстрактных задач в учебнике часто не дает такого эффекта, как задачи, моделирующие реальные ситуации, с которыми сталкиваются топографы, строители, инженеры, навигаторы.

*Методика проведения (фронтальная работа или работа в группах):*  
На уроке разбираются классические практические задачи, которые можно смоделировать в классе или на школьном дворе:

* **Определение высоты объекта (дерево, здание, столб):**
  + Метод 1: Измерение угла возвышения до вершины объекта и расстояния до основания (через tg или sin).
  + Метод 2: Использование длины тени объекта и тени вертикального шеста известной высоты (подобие треугольников, связь с tg).
* **Определение расстояния до недоступной точки** (противоположный берег реки, здание, до которого нельзя подойти):
  + Построение базиса (измеренный отрезок на доступной территории).
  + Измерение углов между базисом и направлением на недоступную точку с обоих концов базиса.
  + Решение образовавшегося треугольника (часто с использованием теоремы синусов, что служит мотивацией для ее дальнейшего изучения).
* **Составление формулы.** Например, вывод формулы высоты h объекта через расстояние d до него и угол возвышения α: h = d \* tg α.

Решение таких задач формирует представление о тригонометрии как о мощном инструменте измерения и расчета в ситуациях, где прямое измерение невозможно или затруднено.

**4. Полевые работы: Инженерный подход своими руками**

*Оборудование:* Самодельный теодолит (транспортир или картонная шкала углов, закрепленная на треноге или устойчивой подставке, с подвижным "визиром" - например, соломинкой или линейкой с прорезью), рулетка или мерная веревка, лазерный дальномер (для контроля в помещении), флажки или вешки для разметки.  
*Историческая справка:* Принцип работы самодельного теодолита восходит к древним астролябиям и гониометрам. Инженеры и геодезисты веками использовали подобные инструменты для съемки местности и строительства. Современные электронные теодолиты и тахеометры работают на тех же тригонометрических принципах, но с высокой точностью.

*Методика проведения:*

1. **Демонстрация и калибровка:** Учитель демонстрирует работу самодельного теодолита, объясняет принцип визирования и считывания углов (вертикальных и горизонтальных). Подчеркивается важность устойчивости установки и точности визирования.
2. **Измерение расстояний:**
   * Выбирается доступная точка (столб, дерево, угол здания) на некотором расстоянии.
   * Измеряется базис (отрезок) на местности с помощью рулетки/веревки.
   * С обоих концов базиса измеряются горизонтальные углы между базисом и направлением на выбранную точку.
   * Учащиеся строят схему (план) и рассчитывают расстояние до точки по тригонометрическим соотношениям (используя теорему синусов или решение косоугольного треугольника).
   * **Контроль:** В помещении расстояние проверяется лазерным дальномером. На улице можно использовать заранее известное расстояние (разметку стадиона) или измерить его большой рулеткой после расчетов.
3. **Измерение высот:**
   * Выбирается объект (дерево, фонарный столб, часть здания).
   * Измеряется расстояние от точки установки теодолита до основания объекта (d).
   * Измеряется вертикальный угол (α) на вершину объекта.
   * Рассчитывается высота: h = h\_прибора + d \* tg α (где h\_прибора - высота установки визира теодолита над точкой измерения).
   * **Вариация:** Измерение высоты по длине тени (сравнение с методом угла).
4. **Анализ погрешностей:** Обязательно обсуждаются источники ошибок: неточность изготовления/установки теодолита, погрешность визирования, погрешность измерения расстояния d, неровность поверхности. Сравнение результатов разных групп или с контрольным измерением.

**Выводы**

Предложенный практико-ориентированный подход к изучению тригонометрии прямоугольного треугольника, основанный на последовательности "эксперимент -> вычисления -> решение модельных задач -> реальные измерения", обладает значительной методической ценностью:

1. **Преодоление абстракции:** Наглядно демонстрирует, что тригонометрические функции — это не просто формулы, а инструменты, описывающие реальные соотношения в окружающем мире, возникшие из практических потребностей человека (астрономия, навигация, строительство).
2. **Глубокое понимание:** Построение треугольников с одинаковыми углами и разными сторонами позволяет учащимся самостоятельно *открыть* ключевое свойство тригонометрических функций (зависимость только от угла), что ведет к более прочному усвоению, чем пассивное восприятие определения.
3. **Развитие практических навыков:** Формирует умения работать с измерительными инструментами (транспортир, линейка, рулетка), проводить вычисления с учетом погрешностей, читать и использовать справочные данные (таблицы), составлять и решать пропорции.
4. **Формирование инженерного мышления:** Измерение недоступных расстояний и высот с помощью самодельного теодолита — это прообраз реальных геодезических и инженерных задач. Учащиеся видят, как теоретические знания превращаются в практический метод, развивают пространственное мышление и понимание масштаба.
5. **Повышение мотивации:** Связь с реальными объектами (школа, двор, деревья), возможность выйти за пределы кабинета, работа руками делают изучение геометрии увлекательным и осмысленным, разрушая барьер "страшной дисциплины".
6. **Повышение математической и инженерной грамотности:** Учащиеся не только запоминают формулы, но и учатся *применять* математику для решения практических измерительных задач. Они видят математику как язык описания пространственных отношений и инструмент для инженерных расчетов, что является фундаментом технического образования и понимания технологий в современном мире. Умение оценить погрешность, выбрать метод измерения, спланировать действия – ключевые элементы инженерной культуры.

**Рекомендации**

1. **Дифференциация:** Адаптируйте сложность задач и уровень самостоятельности (от фронтальной работы до индивидуальных проектов) в зависимости от уровня класса.
2. **Межпредметные связи:** Явно увязывайте задания с физикой (механика, оптика – углы падения/отражения), географией (ориентирование, масштаб), информатикой (моделирование задач, расчеты в электронных таблицах).
3. **Технологии:** Используйте мобильные приложения с функциями теодолита или нивелира для сравнения результатов с самодельным инструментом. Применяйте графические калькуляторы или ПО для визуализации треугольников.
4. **Проектная деятельность:** Предложите учащимся более крупные проекты: составить план школьного двора с указанием расстояний между объектами и высот деревьев; рассчитать высоту фонарного столба или лестницы пожарного выхода на здании; определить ширину реки или оврага.
5. **История науки:** Кратко знакомьте с историей тригонометрии и измерительных инструментов (Гиппарх, Аль-Баттани, изобретение секстанта, современные тахеометры), подчеркивая эволюцию методов при неизменности базовых математических принципов.
6. **Безопасность:** При работе на улице строго соблюдайте правила техники безопасности, особенно при работе вблизи дорог или высоких объектов. Заранее согласуйте места проведения работ.

Данная методика не только делает изучение тригонометрии более доступным и интересным, но и закладывает важнейшие основы для развития пространственного мышления, практической смекалки и инженерного подхода к решению задач – компетенций, востребованных в самых разных сферах современной жизни и профессиональной деятельности.