

Алгебра логики



Значение логического выражения
Запросы в поисковых системах. Круги Эйлера

Милосердова Юлия Сергеевна
МБОУ «Школа №63 с УИОП»

Высказывание - это предложение на любом языке, содержание которого можно однозначно определить как **истинное** или **ложное**.

Алгебра логики определяет правила записи, вычисления значений, упрощения и преобразования высказываний.

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей (**$A = 1$**), а если ложно - нулём (**$B = 0$**).

0 и **1** называются **логическими значениями**.

Высказывания бывают простые и сложные.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием.

Сложные (составные) высказывания строятся из простых с помощью логических операций.

Название логической операции	Логическая связка
Конъюнкция	«и»
Дизъюнкция	«или»
Инверсия	«не»

Конъюнкция - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

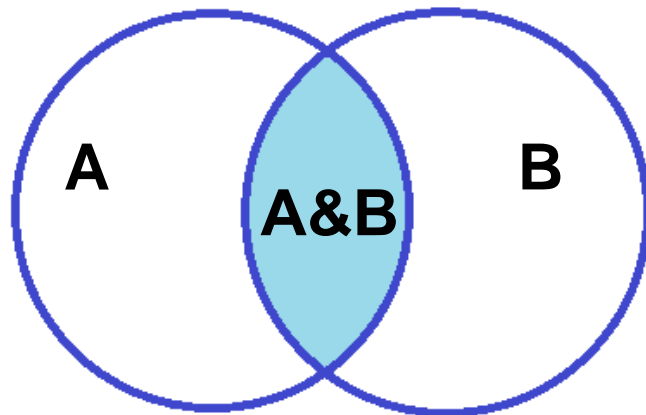
Другое название: **логическое умножение**.

Обозначения: \wedge , \times , **&** , **И**.

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



Дизъюнкция - логическая операция, которая каждому двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны.

Другое название: **логическое сложение**.

Обозначения: \vee , $|$, **ИЛИ**, $+$.

Графическое представление

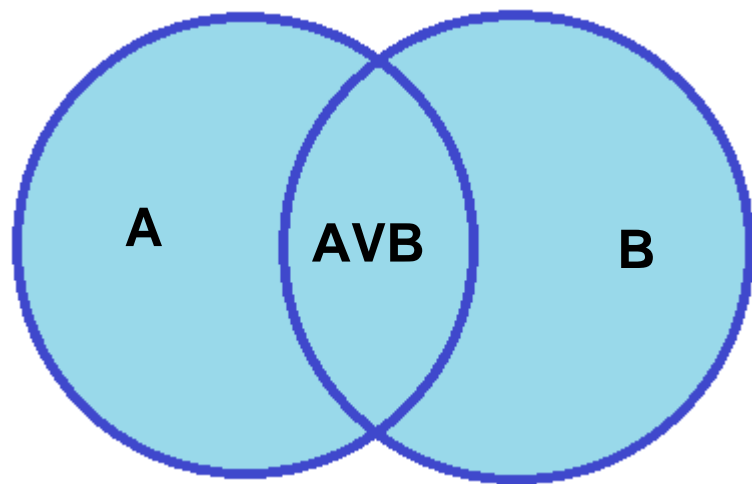


Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Инверсия - логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному.

Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**, \neg , $\bar{}$.

Графическое представление

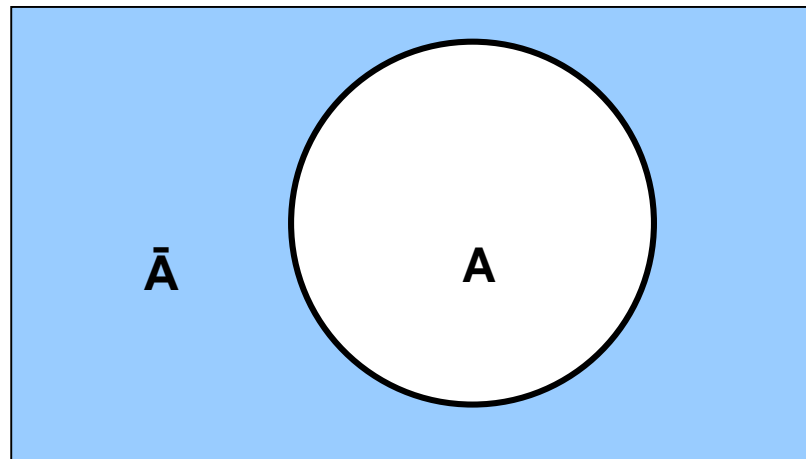


Таблица истинности:

A	\bar{A}
0	1
1	0

Логические операции имеют следующий приоритет:
инверсия, конъюнкция, дизъюнкция.

Запросы в поисковых системах

Для поиска информации существуют специальные поисковые службы, называемые **поисковые серверы**. Наиболее известные из них – yandex.ru, google.ru и другие.

Текст, который пользователь печатает в поле поиска, называется **поисковым запросом**.

Поисковая система анализирует слова в поисковом запросе, выделяет из них важные (ключевые) слова и по ним уже осуществляет поиск в собственных хранилищах. Ссылки на найденные страницы выдаются в качестве результата поискового запроса.

Чтобы поиск был более продуктивным, поисковые серверы позволяют указывать ключевые слова с использованием различных логических операций.

- **логическое ИЛИ (дизъюнкция)**, обозначаемая в поисковых запросах символом «|»;
- **логическое И (конъюнкция)**, обозначаемая в поисковых запросах символом «&».

Рассмотрим поисковый запрос на примере двух ключевых слов – «красный» и «синий».

Запрос по каждому из этих слов по отдельности выдаёт ссылки на страницы, которые содержат только одно соответствующее слово. Но есть и такие страницы, которые содержат и то, и другое слово вместе.

Справочная информация

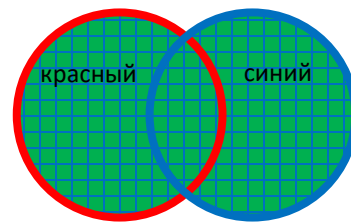
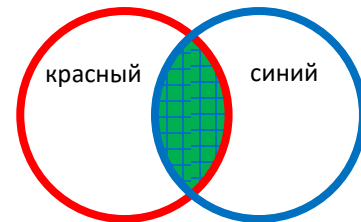
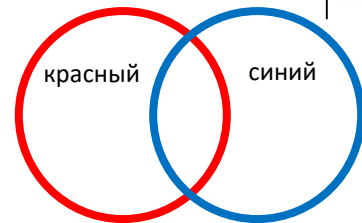
Изобразим множества этих страниц при помощи диаграммы (**кругов Эйлера**). Множества страниц, содержащих слова «красный» и «синий», частично пересекаются.

Рассмотрим запрос «**красный & синий**». Это те страницы, которые одновременно содержат слова и «красный» и «синий». На диаграмме это будет область, соответствующая **пересечению** множеств.

Операция логическое И (&) приводит к уменьшению количества найденных страниц.

Рассмотрим запрос «**красный | синий**». Это те страницы, которые содержат или только слово «красный», или только слово «синий», или слова «красный» и «синий» одновременно. На диаграмме это будет область, соответствующая **объединению** множеств.

Операция логическое ИЛИ (|) приводит к увеличению количества найденных страниц.



В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет. Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
<i>Волк Заяц</i>	780
<i>Волк</i>	260
<i>Волк & Заяц</i>	50

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Заяц*?

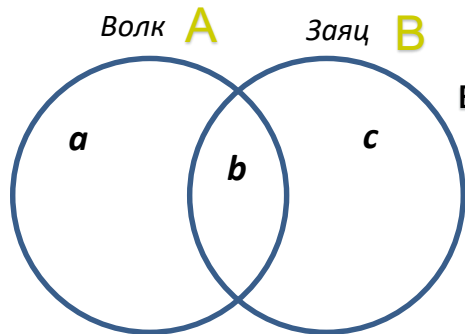
Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Волк Заяц	780
Волк	260
Волк & Заяц	50

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу Заяц?

Решение.

Используем графический способ решения с помощью кругов Эйлера.

Обозначим части кругов буквами и запишем соответствующие им значения по данным таблицы.



$$A+B=A|B+A\&B$$
$$\text{волк}+\text{заяц}=\text{волк}|\text{заяц}+\text{волк}\&\text{заяц}$$

$$260+X=780+50$$

$$X=(780+50)-260$$

$$X=570$$

$$\text{Волк} | \text{Заяц} = a + b + c = 780$$

$$\text{Волк} = a + b = 260$$

$$\text{Волк} \& \text{Заяц} = b = 50$$

$$\text{Найти: Заяц} = b + c = ?$$

$$c = (a + b + c) - (a + b) = 780 - 260 = 520$$

$$b + c = 50 + 520 = 570$$

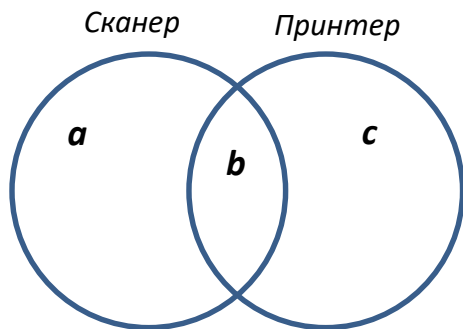
Ответ: 570.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Сканер / Принтер	140
Сканер	89
Принтер	65

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Сканер & Принтер*?

Решение.

Используем графический способ решения с помощью кругов Эйлера.



$$C + П = C | П + C \& П$$

$$89 + 65 = 140 + X$$

$$X = (89 + 65) - 140$$

$$X = 14$$

$$\text{Сканер} | \text{Принтер} = a + b + c = 140$$

$$\text{Сканер} = a + b = 89$$

$$\text{Принтер} = b + c = 65$$

$$\text{Найти: Сканер} \& \text{Принтер} = b = ?$$

$$c = (a + b + c) - (a + b) = 140 - 89 = 51$$

$$b = (b + c) - c = 65 - 51 = 14$$

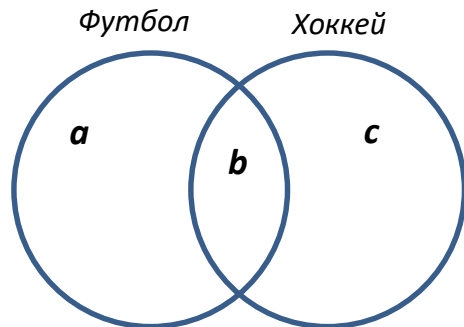
Ответ: 14.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Футбол & Хоккей	120
Футбол	170
Хоккей	135

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Футбол | Хоккей*?

Решение.

Используем графический способ решения с помощью кругов Эйлера.



$$\Phi + X = \Phi | X + \Phi \& X$$

$$170 + 135 = X + 120$$

$$X = (170 + 135) - 120$$

$$X = 185$$

$$\text{Футбол} \& \text{Хоккей} = b = 120$$

$$\text{Футбол} = a + b = 170$$

$$\text{Хоккей} = b + c = 135$$

$$\text{Найти: } \text{Футбол} | \text{Хоккей} = a + b + c = ?$$

$$c = (b + c) - b = 135 - 120 = 15$$

$$a + b + c = (a + b) + c = 170 + 15 = 185$$

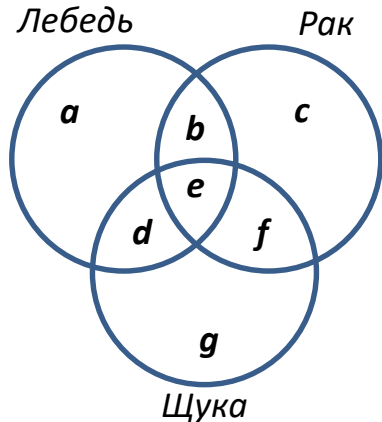
Ответ: 185.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Лебедь & Рак	295
Лебедь & Щука	310
Лебедь & (Рак Щука)	510

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу ~~Лебедь~~ & Рак & Щука?

Решение.

Используем графический способ решения с помощью кругов Эйлера для трёх множеств.



$$\text{Рак} = 295$$

$$\text{Щука} = 310$$

$$(\text{Рак} | \text{Щука}) = 510$$

$$\text{Найти: Рак} \& \text{Щука} = e = ?$$

$$\Phi + X = \Phi | X + \Phi \& X$$

$$295 + 310 = 510 + X$$

$$X = (295 + 310) - 510$$

$$X = 95$$

$$\text{Лебедь} \& \text{Рак} = b + e = 295$$

$$\text{Лебедь} \& \text{Щука} = d + e = 310$$

$$\text{Лебедь} \& (\text{Рак} | \text{Щука}) = b + d + e = 510$$

$$\text{Найти: Лебедь} \& \text{Рак} \& \text{Щука} = e = ?$$

$$d = (b + d + e) - (b + e) = 510 - 295 = 215$$

$$e = (d + e) - d = 310 - 215 = 95$$

Ответ: 95.

Конъюнкция-
логическое
умножение

1 и 1=1
0 и 1=0
1 и 0=0
0 и 0=0

Дизъюнкция-
логическое
сложение

1 или 1=1
0 или 1=1
1 или 0=1
0 или 0=0

Импликация-
логическое
следование

1 -> 1=1
0 -> 0=1
0 -> 1=1
1 -> 0=0

Эквиваленция-логическое
тождество

$1 \equiv 1=1$
 $0 \equiv 0=1$
 $0 \equiv 1=0$
 $1 \equiv 0=0$

Инверсия-логическое
отрицание

$\text{НЕ}(0)=1$
 $\text{НЕ}(1)=0$

$(>)=1$ оставляем $>$
 $(>)=1$ оставляем $>=$
 $(<)=1$ оставляем $<$
 $(<)=1$ оставляем $<=$

$(>)=0$ меняем на $<=$
 $(>)=0$ меняем на $<$
 $(<)=0$ меняем на $>=$
 $(<)=0$ меняем на $>$

$\text{не}(>)=1$ меняем на $<=$
 $\text{не}(>)=1$ меняем на $<$
 $\text{не}(<)=1$ меняем на $>=$
 $\text{не}(<)=1$ меняем на $>$

$\text{не}(>)=0$ оставляем $>$
 $\text{не}(>)=0$ оставляем $>=$
 $\text{не}(<)=0$ оставляем $<$
 $\text{не}(<)=0$ оставляем $<=$