**Орел или решка? Основы теории вероятностей простыми словами**

**Ефимова Надежда Михайловна**

**Тихонова Нина Викторовна**

**Учителя математики**

**МБОУ «Гимназия»**

**Республика Хакасия, г. Абакан**

Теория вероятностей использует случайные величины и распределения вероятностей для математической оценки неопределенных ситуаций. Понятие вероятности используется для присвоения числового описания вероятности наступления события. Вероятность можно определить как число благоприятных исходов, деленное на общее число возможных исходов события.

Определение теории вероятностей

Теория вероятностей – это область математики и статистики, которая занимается определением вероятностей, связанных со случайными событиями. Существует два основных подхода к изучению теории вероятностей: теоретический и экспериментальный. Теоретическая вероятность определяется на основе логических рассуждений без проведения экспериментов. В отличие от нее, экспериментальная вероятность определяется на основе исторических данных путем проведения повторных экспериментов.

Пример теории вероятностей

Предположим, нам необходимо определить вероятность выпадения числа 4 при бросании игральной кости. Число благоприятных исходов равно 1. Возможные исходы игральной кости – {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Из этого следует, что всего существует 6 исходов. Таким образом, вероятность выпадения 4 при бросании игральной кости, используя теорию вероятности, можно вычислить как 1 / 6 ≈ 0,167.

Основы теории вероятностей

Мы можем понять эту область математики с помощью нескольких основных терминов, напрямую связанных с теорией вероятностей.

Случайный эксперимент

Случайный эксперимент в теории вероятностей – это испытание, которое повторяется несколько раз для получения четко определенного набора возможных результатов. Подбрасывание монеты является примером случайного эксперимента.

Пространство выборки

Пространство выборки можно определить как множество всех возможных исходов, полученных в результате проведения случайного эксперимента. Например, пространство выборки при подбрасывании симметричной монеты (fair coin), стороны которой – это орел и решка.

Событие

Теория вероятностей определяет событие как набор исходов эксперимента, который образует подмножество пространства выборки.

**Примеры событий:**

1. Независимые – те, на которые не влияют другие события, являются независимыми.
2. Зависимые – те, на которые влияют другие события.
3. Взаимоисключающие – события, которые не могут произойти в одно и то же время.
4. Равновероятные – два или более события, которые имеют одинаковые шансы произойти.
5. Исчерпывающие – это события, которые равны выборочному пространству эксперимента.

Случайная величина

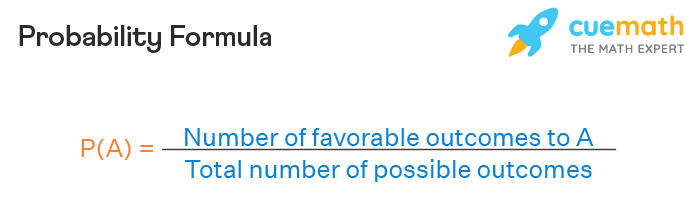
В теории вероятностей случайную переменную можно определить как величину, которая принимает значение при всех возможных исходах эксперимента.

Существует два типа случайных величин:

1. Дискретная случайная величина – принимает точные значения, такие как 0, 1, 2.... Описывается [кумулятивной функцией распределения](https://www.ibm.com/docs/ru/spss-statistics/25.0.0?topic=SSLVMB_25.0.0/spss/base/idh_simulation_densityfunctions.html) и функцией массы вероятности.
2. Непрерывная случайная величина – переменная, которая может принимать бесконечное число значений. Для определения характеристик этой переменной используются кумулятивная функция распределения и функция плотности вероятности.

Вероятность

Вероятность мы можем определить как численную вероятность наступления события. Вероятность того, что событие произойдет, всегда лежит между 0 и 1. Это связано с тем, что число желаемых исходов никогда не может превысить общее число исходов события. Теоретическая вероятность и эмпирическая вероятность используются в теории вероятностей для измерения шанса наступления события.

Формула вероятности P(A): количество благоприятных исходов для A делимое на общее количество возможных исходов.

Условная вероятность

Ситуация, когда необходимо определить вероятность наступления события, притом что другое событие уже произошло.

Обозначается как P(A | B).

Ожидание

Ожидание случайной величины X можно определить как среднее значение результатов эксперимента, проводимого многократно. Ожидание обозначается как E[X]. Также известно как среднее значение случайной величины.

Дисперсия

Дисперсия – это мера, которая показывает, как распределение случайной величины изменяется относительно среднего значения. Дисперсия определяется как среднее квадратичное отклонение от среднего значения случайной величины. Обозначается как Var[X].

Функция распределения теории вероятностей

Распределение вероятностей или кумулятивная функция распределения – это функция, которая моделирует все возможные значения эксперимента, используя случайную переменную. Распределение Бернулли и биномиальное распределение – это примеры дискретных распределений вероятностей. Например, нормальное распределение представляет собой пример непрерывного распределения.

Массовая функция вероятности

Массовая функция вероятности определяется как вероятность того, что дискретная случайная величина будет в точности равна определенному значению.

Функция плотности вероятности

Функция плотности вероятности – это вероятность того, что непрерывная случайная величина принимает множество возможных значений.

Формулы теории вероятностей

В теории вероятностей существует множество формул, которые помогают рассчитать различные вероятности, связанные с событиями.

Наиболее важные формулы:

1. Теоретическая вероятность: Число благоприятных исходов / Число возможных исходов.
2. Эмпирическая вероятность: Число случаев, когда событие происходит / Общее число испытаний.
3. Правило сложения: P(A ∪ B) = P(A) + P(B) – P(A∩B), где A и B – события.
4. Правило комплементарности: P(A') = 1 – P(A). P(A') означает вероятность того, что событие не произойдет.
5. Независимые события: P(A∩B) = P(A) ⋅ P(B).
6. Условная вероятность: P(A | B) = P(A∩B) / P(B).
7. [Теорема Байеса](https://proglib.io/p/izuchaem-naivnyy-bayesovskiy-algoritm-klassifikacii-dlya-mashinnogo-obucheniya-2021-11-12): P(A | B) = P(B | A) ⋅ P(A) / P(B).
8. Массовая функция вероятности: f(x) = P(X = x).
9. Функция плотности вероятности: p(x) = p(x) = dF(x) / dx, где F(x) – кумулятивная функция распределения.
10. Ожидание непрерывной случайной величины: ∫xf(x)dx, где f(x) является МФВ (Массовой функцией вероятности).
11. Ожидание дискретной случайной величины: ∑xp(x), где p(x) – это ФПВ (Функцией плотности вероятности).
12. Дисперсия: Var(X) = E[X2] – (E[X])2.

Применение теории вероятностей

Теория вероятностей используется во многих областях и помогает оценить риски, которые связаны с теми или иными решениями. Некоторые из направлений, где применяют теорию вероятностей:

* В финансовой отрасли теория вероятностей используется для создания математических моделей фондового рынка с целью прогнозирования будущих тенденций. Это помогает инвесторам вкладывать средства в наименее рискованные активы, которые дают наилучший доход.
* В потребительской индустрии теория вероятностей используется для снижения вероятности неудачи при разработке продукта.
* Казино использует теорию вероятностей для разработки азартных игр с максимизацией своей прибыли.

Подведем итоги:

* Теория вероятностей – это раздел математики, в котором рассматриваются вероятности случайных событий.
* Понятие вероятности объясняет возможность наступления того или иного события.
* Значение вероятности всегда лежит между 0 и 1.
* В теории вероятностей все возможные исходы случайного эксперимента составляют пространство выборки.
* Теория вероятностей использует такие важные понятия, как случайные величины и кумулятивные функции распределения для моделирования случайного события. Сюда же относится определение различных вероятностей, связанных с этим.