**Введение в финансовую математику для слушателей программы МВА-финансы ВШФМ РАНХиГС.**

***Наука начинается тогда, когда начинает измерять.***

***Д.И. Менделеев***

***Введение.***

Основная проблема финансовой математики состоит в том, что чистым математикам она не интересна, поскольку сами расчеты в финансах практически никогда не выходят за рамки элементарной математики, а сами финансисты не могут достаточно ясно объяснить почему в одних случаях надо делать так, а в других иначе - *все строится не на понимании. а на запоминании, а на этом далеко не уедешь*.

Ситуацию усугубляет еще несколько моментов:

1. Связь между финансовыми элементами невозможно описать с помощью гладких функций, т.е степенных, экспоненциальных, тригонометрических и т.д.;
2. Не существует единого эталона с помощью которого можно измерять финансовые показатели (следствие пункта 1). Денежная единица - не эталон, поскольку сама изменяется (ее покупательная способность) с течением времени;
3. Основные измерения в финансах происходят с помощью *относительных* показателей. Сразу возникает проблема выбора таких показателей и их использование;
4. Многие финансовые расчеты *достаточно условны*: т.е. *делаются не так, как надо, а так. как удобнее*. Поэтому эти условности надо знать и в зависимости от условий делать такие расчеты правильно;
5. И, наконец, проблема заключается в том, что сбор и обработка финансовой информации *делаются, как правило, в одной системе счисления*, а *анализ этой информации - в другой системе счисления*. Система счисления - это *совокупность правил записи чисел посредством конечного набора символов*. Системы бывают непозиционными и позиционными. Первые называют аддитивными, вторые - мультипликативными. Нельзя путать мультипликативность (или аддитивность) системы с ее *основанием* (разрядностью) - количеством цифр для записи числа. Основания бывают десятеричное, двоичное. шестнадцатеричное и т.д.

Как видно из перечисленных пунктов, ***основная проблема понимания финансовой математики не в расчетах, а в применении фундаментальных принципов (философии) расчетов: методах измерения, сопоставления и анализа***.

Если вышесказанное покажется читателям «заумью», то вот вам пример:

**Пример 1.** *Занимаюсь с ребенком математикой – решаю задачу*:

*Два землекопа копают канаву. Первый выкапывает 3 метра канавы в час, а второй – на 1 метр больше. Сколько метров в час выкапывает второй землекоп?*

* *Что будем делать?*
* *Складывать!*
* *А почему?*
* *Тогда умножать!*

*Если затруднения ребенка кажутся смешными, то вот некоторое изменение задачи:*

*Землекоп за первый час выработал на 12% выше нормы, а за второй - 10% выше нормы. Насколько увеличил выработку землекоп за два часа ?*

* *Что будем делать?*
* *Складывать!?*
* *Умножать!!! (правда надо знать что на что умножать)*

Почему мы в одном случае складываем, а в другом умножаем? Потому, что мы ***находимся в разных системах счисления****.*

***§1.1. Аддитивные и мультипликативные системы счисления.***

*Таблица 1. Сравнение мультипликативных и аддитивных систем счисления*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№№**  **пп** | **Аддитивная система счисления** | **Мультипликативная система счисления** |
| 1 | Бинарная операция - ***сложение*** | Бинарная операция - ***умножение*** |
| 2 | Слагаемые – ***одной размерности*** | Сомножители – ***разных размерностей*** |
| 3 | Нулевой элемент *–* ***«0»*** | Нулевой элемент *–* ***«1»*** |
| 4 | Метод сравнения - ***вычитание*** и сравнение с нулевым элементом | Метод сравнения - ***деление*** и сравнение с нулевым элементом |
| 5 | Измерение слагаемых – ***за произвольные промежутки времени*** | Измерение сомножителей – ***за равные промежутки времени*** |
| 6 | Измерение слагаемого ***не зависит от места положения*** | Измерение сомножителя ***определяется местом положения*** |
| 7 | Взаимосвязь между элементами *-* ***линейна*** | Взаимосвязь между элементами *–* ***не линейна*** |
| 8 | Вычисление средней – ***среднее арифметическое*** | Вычисление средней – ***среднее геометрическое*** |

Рассмотрим пункты Таблицы №1 более подробно:

**1.** **Бинарная операция** - это математическая операция, принимающая *два* аргумента и возвращающая *один* результат:

в аддитивных системах: **a+b = c**;

в мультипликативных системах: **k×d = m.**

**2.** **Измерение** - это сравнение измеряемой величины с некой другой, однородной ей величиной, которую называют эталонной. Эталонная величина остается неизменной при всех последующих измерениях таких однородных ей величин и называется *единицей измерения* и *размерностью* измеряемых величин.

В аддитивных системах результаты измерения записываются как:

**<Измеряемая величина> = {Количество эталонных единиц в измеряемой величине}×[размерность измеряемой величины]**

Например, при взвешивании арбуза мы получили, что его вес эквивалентен набору гирь в сумме составляющих 5 кг. Тогда мы можем записать, что:

**(1.1.0)**

**<Вес арбуза> = {5}×[кг]**

Таким образом, размерная величина, это *число* (результат измерения) умноженное на *единицу измерения*.

Если мы измерим еще что-то (не обязательно арбуз, например - дыню), то общий вес измеряемого мы можем найти суммируя результаты измерений:

**<Вес покупки>= < Вес арбуза +Вес дыни> ={5}×[кг] + {8}×[кг]**

Мы можем просуммировать веса арбуза и дыни по той простой причине, что с размерностью можно делать те же арифметические операции, что и с числами, т.е. размерность суммируемых величин просто вынести за скобки в соответствии с обычными правилами умножения и сложения:

**< Вес покупки> ={5}×[кг] + {8}×[кг] = =({5} + {8})×[кг]= {13}×[кг]**

Арбуз можно измерить и в других показателях, например в единицах объема:

**<Объем арбуза> = {6}×[дм3]**

Но один и тот же арбуз невозможно измерить в кг и кубических дециметрах *одновременно*:

**<«Весообъем»(?) арбуза> = {5}×[кг]+{6}×[дм3]**

В мультипликативных системах нет единого эталона для измерения, поэтому записывается *не результат* измерения. а *само измерение*:

|  |  |
| --- | --- |
| **<Измеряемый показатель>** | **= <Результат измерения>**  **(1.1.1)** |
| **<Измеряющий показатель>** |

***ВАЖНО!*** Для финансовых систем измерение показателей в денежных единицах достаточно условно, поскольку покупательная способность самой денежной единицы изменяется с течением времени (что отражается в финансах как концепция *временн****о****й стоимости денег*: «Рубль завтра стоит меньше, чем рубль сегодня»), что сводит на нет точность измерения в денежных единицах финансовых показателей. Поэтому не удивительно, что: «сумма прибылей за четыре квартала не равна годовой прибыли» (Я.В. Соколов, «Основы теории бухгалтерского учета»). Поэтому, ***ключевым моментом проведения правильных финансовых расчетов является умение делать эти расчеты в соответствующей системе счисления.***

**Задача 1.1.** Цена на товар было 200 дукатов, а теперь - 225 дукатов. Во сколько раз выросла цена на товар?

**Решение:** Товар уже «измерили» в денежных единицах, но это «измерение» не много дает. Поэтому *мы «измеряем» новую цену в единицах старой цены* в соответствии с правилом выраженным в формуле (1.1.1):

**Ответ:** Цена выросла в 1,125 раза

**3. Нулевой элемент** (бинарной операции, множества) — элемент, который при применении к нему и любому другому элементу множества возвращает в качестве результата сам этот элемент. Если обозначить знаком «?» нулевой элемент, то *в соответствие с пунктом 1:*

в аддитивных системах: **a+? = а**, тогда **? = a-a = 0**;

в мультипликативных системах: **k×? = k,** тогда **? = k/k = 1**.

**4. Для сравнения** в разных системах применяются следующие операции:

для аддитивных систем, сравнение элементов **a** и **b** выполняется по правилу:

**(1.1.2)**

**a-b = < > 0**

для мультипликативных систем, сравнение элементов **c** и **d** выполняется по правилу:

**c/d = < > 1**

**(1.1.3)**

знаки **= < >** означают «равно», «больше» или «меньше» нулевого элемента.

**Задача 1.2.** В соответствии с Задачей 1.1., цена на товар выросла в 1,125 раза. На сколько выросла новая цена по сравнению со старой?

**Решение:** Поскольку новая цена и старая цена «измерены» в одних и тех же единицах (в старых ценах), то сравнивать мы будем в соответствии с правилом (1.1.2), т.е. *по правилам аддитивной системы*:

<Новая цена> - <Старая цена> = <Результат> или 1,125 - 1 = 0,125

Результат сравнения - это число характеризующее изменения доли измерителя. Если мы эту долю умножим на 100%, то получим ответ в процентах:

0,125×100% = 12,5%

**Ответ:** Цена выросла на 0,125 долей старой цены или на 12,5%

Методы сравнения для аддитивных и мультипликативных систем можно выразить *в трех ключевых соотношениях*.

***I. Абсолютный прирост ценности актива за время владения.***

1. Рассчитывается как разница между текущей и первоначальной значением измеряемой величины:

**Прирост ценности актива = Цена продажи - Цена покупки**

или, в виде формулы:

***ΔV = Vt - V0***

**(1.1.4)**

2. Показатель, характеризующий абсолютное изменение измеряемой величины и отвечающий на вопрос:*"На сколько?";*

3. Имеет *размерность*;

4. Может иметь как*положительное***,** так и*отрицательное*значение;

5. Показатель можно только *складывать* или *вычитать, т.е.* ***расчет абсолютного прироста можно делать только в аддитивной системе счисления*.**

Если мы рассматриваем изменение ценности какого либо актива, мы будем называть абсолютный прирост*доходом* при положительном значении и *убытками* при отрицательном значении прироста*.*

***II. Рост ценности актива (индекс, индекс роста).***

1. Рассчитывается как отношение текущей к первоначальной цене актива:

**Рост ценности актива =** **Цена продажи / Цена покупки**

или, в виде формулы:

**(1.1.5)**

2. Показатель, характеризующий изменение измеряемой величины и отвечающий на вопрос:*"Во сколько раз?"***;**

3. *Не имеет размерности*. Измеряется либо*в долях единицы***,** либо*в процентах***.** Для расчета в процентах индекс необходимо умножить на 100%. ;

4. В числителе и знаменателе стоит одна и та же величина отличающаяся либо *временем*, либо *местом*. Может иметь только *положительное*значение.

5. Показатель можно только *умножать* или *делить, т.е.* ***расчет индекса можно делать только в мультипликативной системе счисления.***

***III. Относительный прирост ценности актива (инвестиций).***

1. Рассчитывается как отношение*абсолютного прироста*к первоначальному*вложению***.** Может иметь как*положительное***,** так и*отрицательное*значение.

**Относительный прирост = (Цена продажи - Цена покупки) / Цена покупки**

или, в виде формулы:

**(1.1.6)**

2. Показатель, характеризующий относительное изменение измеряемой величины и отвечающий на вопрос:*"На сколько процентов?"*;

3. *Не имеет размерности*. Измеряется либо*в долях единицы***,** либо*в процентах***.** Для расчета в процентах показатель необходимо умножить на 100%;

4. Может иметь как*положительное***,** так и*отрицательное*значение;

5. Показатель можно только *умножать* или *делить,* ***после приведения его к индексу роста****, т.е.* ***расчет индекса можно делать только в мультипликативной системе счисления.***

Эти соотношения справедливы как для активов по которым производятся выплаты за время их владения (акции по которым выплачиваются дивиденды, облигации с купонным выплатам и т.д.), так и для активов, по которым подобные выплаты отсутствуют (векселя, депозиты в банке, бескупонные облигации. сертификаты на драгметаллы и т.д.), но если в первом случае в текущую ценность ***Vt***эти выплаты включаются, то во втором - текущая ценность отражает только ценность актива на момент окончания периода владения.

Используя соотношения (1.1.5) и (1.1.6) можно легко получить из индекса доходность и наоборот:

***I -1 = r или I = 1+r***

**(1.1.7)**

Соотношения (1.1.4), (1.1.5), (1.1.6) справедливы не только для активов формирующих свою доходность на момент окончания владения, но активов приносящих дополнительные выгоды в течении периода владения - отличия только в смысле ценности актива на момент окончания владения.

Необходимо сделать два важных замечания:

Первое: формула (1.1.7) очень важна, поскольку позволяет связать индекс роста и относительный прирост простым соотношением: зная относительный прирост индекс получаем простым прибавлением единицы. Если относительный прирост дан в процентах, то следует прибавить 100%.

Второе: в данной формуле рассматривается относительный прирост только за один период времени. Если было несколько периодов времени, то *расчеты ведутся по каждому периоду отдельно*.

Решим задачу из Примера 1:

**Задача 1.3.** Два землекопа копают канаву. Первый выкапывает 3 метра канавы в час, а второй – на 10% больше. Сколько метров в час выкапывает второй землекоп?

**Решение:**

Поскольку производительность труда второго землекопа мы *измеряем в единицах производительности первого*, то необходимо рассчитать индекс роста производительности труда второго землекопа. Тогда, в соответствии с формулой (1.1.7) имеем I = 1+0,1=1,1 а в соответствии с формулой (1.1.5) производительность труда второго землекопа = 3\*1,1=3,3 м/час

**5. Период измерения (время)** в финансах, как правило, время присутствует в «безразмерном» виде (исключение составляют финансы непрерывного времени, но о них позже и подробнее на занятиях). «Безразмерность» характеризуется тем, что время измеряется «количеством периодов наблюдения». Математически, это выглядит так:

**(1.1.8)**

где

- количество периодов измерения

- время, измеряемое обычным способом (например, в днях) на конец момента измерения;

- время, измеряемое обычным способом (например, в днях) на начало момента измерения;

- единица измерения равное по продолжительности одному периоду измерения

Таким образом, когда мы фиксируем изменения, то всегда указываем за какое количество единиц времени это изменение произошло: «Доходность актива за отчетный период составила 12%» или «ROIC составил 10% годовых» и т.п.

Индексы за разные промежутки времени сравнивать нельзя, поскольку мы их измеряем за разные промежутки времени, т.е.:

Здесь - значение показателя ***i***-го фактора на конец рассматриваемого промежутка времени; - значение показателя ***i***-го фактора на начало рассматриваемого промежутка времени; - количество «единичных» периодов, за которые рассматриваются изменения ***i***-го фактора.

*т.е индекс роста напрямую зависит от количества периодов наблюдения этого роста.*

*В аддитивных же системах измеритель не меняется со временем, поэтому и не влияет на результат измерения*.

**6. Последовательность данных (место положения в динамическом ряду)** в мультипликативных системах, последовательность членов динамического ряда крайне важна, поскольку анализ этой динамики и говорит о том, какую ценность будет иметь тот или иной актив в будущем. Поясним это на примере:

***Пример 2*.** *Пусть у нас имеется актив А, который по историческим данным показал следующую динамику цен:*

***Базовый вариант***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 75,5 | 78,5 | 81,5 | 84,4 | 87,0 | 89,5 | 91,7 | 93,7 |

*Что произойдет, если мы будем менять последовательность одних и тех же данных, поэтому приведем еще два динамических ряда построенных методом перестановки данных базового варианта.*

***Вариант 1.***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 93,7 | 91,7 | 89,5 | 87,0 | 84,4 | 81,5 | 78,5 | 75,5 |

***Вариант 2***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 75,5 | 93,7 | 91,7 | 81,5 | 87,0 | 89,5 | 84,4 | 78,5 |

*Если мы для анализа и построения прогнозных значений будем использовать аддитивную систему счисления, то для всех трех динамических рядов получим одно и то же среднее значение цены актива А (матожидание цены актива А) = 85,2.*

*Но вот если мы будем анализировать данные в мультипликативной системе. то получим следующее (мы используем цепные подстановки. т.е измеряем результат полученный на конец временного отрезка в результатах на его начало):*

***Базовый вариант***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 1,04 | 1,038 | 1,036 | 1,031 | 1,029 | 1,025 | 1,022 |

***Вариант 1.***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 0,979 | 0,976 | 0,972 | 0,97 | 0,966 | 0,963 | 0,962 |

***Вариант 2***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 1,241 | 0,979 | 0,889 | 1,067 | 1,029 | 0,943 | 0,93 |

*Мы видим. что в Базовом варианте цена растет, в Варианте 1 цена падает, а в Варианте 2 цена колеблется около некого среднего индекса роста? Который равен I = 1,0056* ***(А как считали???)****.*

*Но если мы пойдем дальше, и посчитаем относительный прирост, то получим следующие результаты:*

***Базовый вариант***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 4,00% | 3,80% | 3,60% | 3,10% | 2,90% | 2,50% | 2,20% |

***Вариант 1.***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | -2,10% | -2,40% | -2,80% | -3,00% | -3,40% | -3,70% | -3,80% |

***Вариант 2***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ряд А | 24,10% | -2,10% | -11,10% | 6,70% | 2,90% | -5,70% | -7,00% |

*Т.е. в случае Базового варианта мы имеем дело с активом цена которого растет, но этот рост замедляется и со временем сойдет на нет - инвестировать в такой актив в долгосрочной перспективе нельзя; в Варианте 1 - мы имеем дело с активом неуклонно падающим в цене и скорость этого падения все больше увеличивается - такой актив можно или продавать в короткую, или покупать на него опцион Put; в Варианте 2 мы имеем дело с активом с высокой волатильностью (изменчивостью в цене). но с низкой средней доходностью rсред = 0,056%.****(А как считали???)***

*Таким образом, не меняя данных, а только изменяя их местоположения мы получили три разных прогноза о поведении цены актива в будущем.*

**7. Линейности / нелинейности системы** В аддитивных системах влияние элемента на всю систему линейно: при изменении одного элемента *вся система меняется на изменение этого элемента* просто в силу бинарной операции принятой в этой системе. В мультипликативной же системе изменение параметра может привести к изменению всей системы многократно превосходящее изменение этого параметра.

***Пример 3*.** *«Задачка про арбуз».*

*Арбуз весит 4 кг. Содержание воды в свежем арбузе составляет 98%. Как изменится вес арбуза, если влажность упадет на 2 процентных пункта (т.е. упадет до 96%)?*

***Решение:*** *Пусть сухой остаток арбуза будет Х (т.е. 4\*0,02 = 0,08 кг), а вода – У. Тогда У/(Х+У) = 0,98 или У= 0,98\*Х/(1-0,98). После усыхания арбуза на 2 процентных пункта вес воды составит: У = 0,96 Х/0,04 = 0,96\*0,08/0,04 = 1,92 кг, т.е. вес всего арбуза будет 1,92+ 0,08 = 2 кг. 4/2 = 2, т.е.* ***вес уменьшиться в два раза!***

Такой огромный эффект приводит к тому. что при грамотных финансовых решениях необходимо учитывать именно мультипликативность системы. Наиболее ярко это выражается в рамках Управленческого учета, поскольку изменение уровня Variable Cost может в разы изменить финансовые показатели бизнеса. Переведем «Задачку про арбуз» на финансовую тематику, но сначала немного информации из курса Управленческого учета: Маржинальная прибыль рассчитывается как:

***μπ = TR - VC***

где TR - выручка; VC - Переменные затраты (себестоимость продукции включая реализацию). А теперь,

**Задача 1.4.** Пусть, уровень переменных затрат составляет 96% от выручки (т.е. норма прибыли - 4%). В результате роста цен на бензин, переменные затраты выросли на 2 п.п. На сколько надо увеличить цену на продукт, чтобы уровень прибыли остался прежним?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Решение:** | | Уровень прибыли составлял 4 копейки с выручки. а стал составлять 2 копейки |
| с выручки. Чтобы уровень прибыли остался прежним, ***цену необходимо поднять в два раза*** | |

**8. Вычисление среднего** В любой системе «среднее», это элемент, которым можно заменить все элементы участвующие в расчете и получить тот же результат.

В аддитивных системах:

Пусть ***aср*** - среднее число элементов ***ai*** , где ***i*** ***= 1, 2, ...n***. Поскольку в аддитивной системе бинарной операцией являются сложение, то тогда:

Сумма ***N*** элементов рассчитывается как:

***S = a1 + a2 + ... + aN***

В соответствии с определением среднего, мы можем заменить все элементы суммы на это среднее и сумма не измениться:

***S = aср + aср + ... + aср*** = ***aср*** ***×(1+1+...1)*** = ***aср*** ***×N***

тогда ***aср*** вычисляется как:

*что называется «средним арифметическим»*

В мультипликативных системах:

Пусть ***Iср.*** - среднее число элементов ***mi*** , где ***i = 1, 2, ...n***. Поскольку в мультипликативной системе бинарной операцией являются умножение, то тогда:

Произведение ***N*** элементов рассчитывается как:

***П = m1 × m2 × ... × mN***

В соответствии с определением среднего, мы можем заменить все элементы произведения на это среднее и произведение не измениться:

***S = Iср × Iср × ... × Iср*** = ***Iср N***

тогда ***Iср*** вычисляется как:

*что называется «средним геометрическим».*

Покажем наглядно, как важно грамотно пользоваться методами вычисления «среднего»:

***Пример 4*.** *Министр ФАС отчитывается в Госдуме. Один из депутатов задает ему следующий вопрос: «Я слежу за Вами с 2004 года, т.е. 16 лет. В 2004 году цена на дизтопливо составляла примерно 11 руб./литр., а сейчас - 44 руб./литр. Таким образом, цена выросла на 400% за 16 лет, а в среднем за год на 25%. Как Вы это прокомментируйте»*

***Решение:*** *Г-н депутат ошибся дважды: и цена на дизтопливо выросла не на 400%, да и средний рост цены за год составил отнюдь не 25%. А сколько? И почему депутат ошибся?*

*Ошибка депутата в том, что он рассчитывает финансовые показатели находясь в аддитивной системе. А что будет, если мы перейдем в мультипликативную систему?*

*1. Рост цены составил I = 44/11= 4 раза*

*2. Цена выросла на (4 - 1)×100% = 300%*

*3. Среднее в мультипликативной системе считается как среднее геометрическое, т.е:*

*а) средний индекс Iср. = 41/16 = 1,091;*

*б) средний прирост rср. = I - 1 = 1,091-1 = 0,091 или 9,1%*

***Правильный ответ:*** *Цена выросла на 300%, а средний прирост цены за год составил примерно 9,1%*

Кстати, именно так рассчитывался средний рост и средний прирост для Варианта 2 в Примере 2 (!!!).

И еще один момент. В самом начале Введения... говорилось о том. что многие расчеты в финансах условны, да и сам финансовый учет условен, т.е. существуют *договоренности*, о методах тех или иных расчетов. Эти договоренности могут не совпадать с базовыми правилами, что, естественно, может привести к неправильным финансовым решениям и проблемам в бизнесе. Вот еще один пример.

***Пример 5*.** *Существует финансовый показатель широко применяемый в финансах: Экономическая добавленная ценность - Economic Value Added (EVA). Он разработан и является зарегистрированной торговой маркой консалтинговой компании Stern,Stewart & Co и рассчитывается как:*

***EVA = ICbeg×(ROIC-WACC); ROIC = NOPAT/ICbeg***

***ICbeg*** *- это инвестированный капитал на начало периода за который рассчитывается EVA*

*Измениться ли результат, если мы будем использовать для расчета EVA мультипликативную систему.*

***Решение:***

*Во-первых, ROIC - это прибыль за один период, нормированная по инвестированному капиталу, т.е. рентабельность (прибыльность) инвестированного капитала. Прибыли за разные периоды не аддитивны вследствие изменения показателей измерения в каждом периоде. Именно поэтому система финансовых показателей является мультипликативной. Эта мультипликативность нашла отражение в известном парадоксе: «Прибыль за несколько периодов не равна сумме прибылей за каждый период» (Подробнее смотрите Я.В. Соколов, «Основы теории бухгалтерского учета»)*

*Во-вторых, для построения динамического ряда необходимо сравнивать скорости процесса. а не их абсолютные значения, т.е. сравнивать не прибыли (пусть нормированные) а индексы роста этих прибылей. Т.е. следует рассчитывать не EVA, а IEVA, т.е. индексную добавленную ценность. Что это такое:*

*В соответствии с (1.1.7) рассчитываем рост IC и требуемый рост средневзвешенной стоимости инвестированного капитала:*

***IIC = (1+ROIC)***

***IWACC = (1+WACC)***

*В мультипликативных системах сравнение происходит в соответствии с (1.1.5):*

***IEVA = (1+ROIC)/(1+WACC)***

*а абсолютный прирост ценности бизнеса будет равен:*

***IEVA= ICbeg×( (1+ROIC)/(1+WACC) -1) = ICbeg×( IEVA -1)***

*А есть ли разница? Есть! Пусть у нас есть три бизнеса со следующими показателями:*

*1-ый бизнес: ROIC = 30%, WACC=20%, ICbeg=1000;*

*2-ой бизнес: ROIC = 20%, WACC=10%, ICbeg=1000;*

*3-ий бизнес: ROIC = 15%, WACC=5%, ICbeg=1000;*

*В соответствии с моделью компании Stern,Stewart & Co, EVA у всех трех компаний одинакова и равна:*

*EVA1 = 1000\*(0,3-0,2)= EVA2 = 1000\*(0,2-0,1)= EVA3 = 1000\*(0,15-0,05)=100*

*Но при расчете индексной EVA результаты будут совсем другими:*

*1-ый бизнес: IEVA = 1000\*(1,3/1,2-1)=83,33;*

*2-ой бизнес: IEVA = 1000\*(1,2/1,1-1)=90,91;*

*3-ий бизнес: IEVA = 1000\*(1,15/1,05-1)=95,24;*

*На основании расчетов можно сделать следующие выводы:*

*Вывод 1: Ни у одной из компаний EVA не оказалась равной 100 - у всех меньше, причем самый маленький показатель у компании с большим ростом IC, но и большим требованием по WACC.*

*Вывод 2. Используя мультипликативность системы финансовых показателей мы можем рассчитать индекс роста IC за любой период или группу периодов (перемножив индексы). Таким образом, используя индексную EVA мы можем строить динамические ряды роста ценности бизнеса.*

*Вывод 3. Давайте посмотрим на результат, если мы увеличим на 2 пп[[1]](#footnote-1) ROIC, ИЛИ снизим на 2 пп WACC: Аддитивный метод компании Stern,Stewart & Co мы рассматриваем не будем, поскольку результат будет одинаковым, а вот мультипликативный метод даст следующее:*

*Увеличиваем ROIC при фиксированном WACC:*

*1-ый бизнес: IEVA = 1000\*(1,32/1,2-1)=100;*

*2-ой бизнес: IEVA = 1000\*(1,22/1,1-1)=109,09;*

*3-ий бизнес: IEVA = 1000\*(1,17/1,05-1)=114,29;*

*Снижаем WACC при фиксированном ROIC:*

*1-ый бизнес: IEVA = 1000\*(1,3/1,18-1)=101,69;*

*2-ой бизнес: IEVA = 1000\*(1,2/1,08-1)=111,11;*

*3-ий бизнес: IEVA = 1000\*(1,15/1,03-1)=116,5;*

*Т.е. управлять структурой капитала эффективнее, чем управлять операционной прибылью. Правда, никто не запрещает управлять и тем и другим.*

И в заключении, еще пример «сюрпризов» от мультипликативной системы:

***Пример 6*.** *Землепашцу не хватает семя для засева своего поля и он обращается в к соседу с просьбой дать ему для посева 5 мешков зерна в долг. Стоимость долга - пятая часть от заимствованного зерна. Сосед готов дать зерно в долг, но опасается. что ему самому может не хватить зерна для посева. Поэтому, он просит оплатить долг сейчас, а не после сбора урожая. Землепашец согласен оплатить долг сейчас. Вопрос: сколько должен он дать соседу в качестве оплаты долга?*

*Данные для решения задачи:*

*1. Предполагаемая урожайность - «сам пять», т.е. одно зерно в среднем дает 5 зерен урожая;*

*2. В одном мешке зерна 5 мер (мера - единица измерения сыпучих продуктов)*

***Решение:***

*Если землепашец будет платить после сбора урожая, то он заплатит:*

*5 мешков × 0,2 = 1 мешок. Урожай принесет ему 5 мешков × 5 = 25 мешков. И помимо оплаты долга он должен вернуть 5 мешков зерна, взятого в долг. Тогда у него останется:*

*25 мешков - 1 мешок - 5 мешков = 19 мешков.*

*Если землепашец будет платить до посева, то тогда он должен отдать столько, чтобы отданное в итоге принесло бы ему 1 мешок зерна. Тогда, он должен заплатить:*

*Плата × 5 = 1 мешок. Тогда Плата = 1 мешок/5 = 1 мера зерна. После сбора урожая у землепашца будет:*

*4,8 мешка × 5 = 24 мешка. После возврата зерна взятого в долг остается:*

*24 мешка - 5 мешков - 19 мешков.*

*Задача решена верно, поскольку финансовый результат не зависит от способа его выполнения.*

Дальнейшие вопросы разберем с вами на занятиях более подробно и с примерами. Но, надеюсь, небольшое введение в финансовую математику покажет вам, что это не сложно, но очень интересно :)))

Успехов и здоровья. Берегите себя.

1. п.п. - процентных пункта, т.е абсолютное, а не относительное изменение процентов. [↑](#footnote-ref-1)