**МКОУ СОШ №1 с углубленным изучением отдельных предметов**

**им. Добагова Б.С. г.п. Чегем**

Открытый урок

**на тему:**

**«Подготовка к ЕГЭ 2026: Решение типовых задач первой части профильного уровня по математике**

**(11 класс)»**



|  |  |
| --- | --- |
|  | **Учитель математики:**  ***Кушхова Ляна Мусаевна*** |

**2025г.**

# Содержание

Введение 1

Теоретический разбор: Производная 2

Решение задач: Исследование функций 3

Теоретический разбор: Тригонометрия 4

Практика: Тригонометрические уравнения 5

Геометрия: Планиметрия и Стереометрия 6

Самостоятельная работа 7

Рефлексия и анализ ошибок 8

Список литературы 9

# Введение

Итак, здравствуйте, ребята! Рад видеть вас на нашем уроке, посвященном подготовке к ЕГЭ по математике в 2024 году. Сегодня мы будем говорить о задании первой части профильного уровня, которое часто вызывает сложности у учеников.

Наша цель – не просто повторить какие-то темы, а научиться эффективно решать типичные задачи, которые встречаются на экзамене, и понять, как избежать распространенных ошибок. Мы с вами не просто будем решать задачки, а выработаем настоящую стратегию успешной сдачи ЕГЭ.

Перед тем, как мы погрузимся в решение конкретных задач, давайте кратко вспомним структуру ЕГЭ по математике профильного уровня. Экзамен состоит из двух частей. Первая часть включает в себя 20 заданий базового уровня, с которыми мы сегодня и будем работать. Здесь проверяются знания основных математических понятий, умение применять формулы и выполнять стандартные вычисления. Важно помнить, что правильно решенные задания первой части – это существенный вклад в ваш общий балл.

Умение быстро и безошибочно решать эти задания позволяет не только набрать баллы, но и сэкономить время для более сложных задач из второй части, где требуется более глубокое понимание материала и нестандартный подход. Поэтому, уделять внимание первой части – это очень важно.

Сегодняшний урок – это только первый шаг. Мы заложим основу, с которой вы сможете уверенно двигаться вперед. Мы будем разбирать ключевые темы, включающиеся в первую часть, и отрабатывать навыки решения задач. Не стесняйтесь задавать вопросы, если что-то будет непонятно. Помните, главное – это понимание, а не зазубривание. Главное – это не бояться математики, а видеть в ней увлекательную головоломку, которую можно и нужно решать.

# Теоретический разбор: Производная

Итак, мы переходим к ключевому элементу подготовки к ЕГЭ – теме производной. Этот раздел часто вызывает затруднения у учеников, поэтому важно внимательно повторить основные понятия и правила. Вспомним, что производная характеризует скорость изменения функции в каждой точке. Геометрически, производная – это угловой коэффициент касательной к графику функции. Важно понимать, что знание производной необходимо не только для нахождения скорости, но и для исследования функций, определения интервалов возрастания и убывания, нахождения экстремумов.

Мы начнем с повторения основных правил дифференцирования: степенного, произведения, частного, сложной функции. Постарайтесь вспомнить, как применять эти правила на практике, ведь именно это чаще всего вызывает сложности на экзамене. Мы разберем несколько типовых примеров нахождения производной элементарных функций, таких как многочлены, тригонометрические и показательные функции.

Далее мы рассмотрим применение производной для исследования функций. Мы изучим, как находить интервалы монотонности функции, определять точки экстремума и находить наибольшие и наименьшие значения функции на заданном отрезке. Это важные задачи, которые часто встречаются в первой части ЕГЭ. Помните, что правильное определение интервалов монотонности и экстремумов требует не только знания правил дифференцирования, но и понимания того, как производная связана с поведением функции.

Мы не будем просто механически применять формулы. Мы постараемся понять, почему производная положительна на интервалах возрастания и отрицательна на интервалах убывания. Это понимание поможет вам не запутаться в решении задач и уверенно отвечать на вопросы экзамена. После теоретического разбора мы обязательно решим несколько задач вместе, чтобы вы могли увидеть, как все эти знания применяются на практике. Не стесняйтесь задавать вопросы, если что-то непонятно. Наша задача – подготовить вас к успешной сдаче ЕГЭ, и для этого мы должны разобраться во всех сложных моментах вместе. Помните, что понимание – это ключ к успеху, а не просто механическое заучивание формул!

Основные правила дифференцирования функций.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Правило** | **Формула** | **Пример** |
| Производная константы | (c)' = 0 | (5)' = 0 |
| Производная степенной функции | (x^n)' = n\*x^(n-1) | (x^3)' = 3x^2 |
| Производная суммы/разности | (u ± v)' = u' ± v' | (x^2 + 3x)' = 2x + 3 |
| Производная произведения | (uv)' = u'v + uv' | (x*sin(x))' = sin(x) + x*cos(x) |

Таблица 1: Основные правила дифференцирования функций.

# Решение задач: Исследование функций

Итак, мы переходим к ключевому этапу нашей подготовки к ЕГЭ – исследованию функций. После того, как мы освежили в памяти теоретические основы производной и научились ее применять для нахождения углового коэффициента касательной и скорости изменения функции, пришло время использовать эти знания для более глубокого анализа поведения функций.

Вспомните, что одной из важнейших задач на ЕГЭ является умение определить, возрастает функция на каком-то интервале или убывает, а также находить точки, в которых функция достигает максимума или минимума. Для этого нам и нужна производная. Именно производная позволяет нам "увидеть" поведение функции, понять, куда она "тяготеет".

Сегодня мы подробно разберем, как находить интервалы монотонности функции, ее экстремумы, и как эти данные помогают нам строить ее график и понимать ее свойства. Мы начнем с определения критических точек функции – тех точек, в которых производная равна нулю или не существует. Эти точки являются "подозреваемыми" на наличие экстремумов. Далее мы будем определять знаки производной на различных интервалах, что позволит нам установить, возрастает функция или убывает.

Я продемонстрирую на конкретных примерах, как это делается шаг за шагом, подробно комментируя каждый ход решения. Обратите внимание на то, как правильно оформлять решение, чтобы избежать ошибок при проверке. Помните, что на ЕГЭ важна не только правильность ответа, но и его логичное и понятное обоснование. Мы постараемся разобрать типичные ошибки, которые допускают ученики при решении таких задач, чтобы вы могли их избежать.

Примеры исследования функций с помощью первой производной.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Функция f(x)** | **f'(x)** | **Критические точки** | **Интервалы монотонности** | **Экстремумы** |
| f(x) = x³ - 6x² + 9x | f'(x) = 3x² - 12x + 9 | x = 1, x = 3 | Убывает: (1; 3), Возрастает: (-∞; 1) U (3; +∞) | max: x=1, min: x=3 |
| f(x) = 2x² - 8x + 5 | f'(x) = 4x - 8 | x = 2 | Убывает: (-∞; 2), Возрастает: (2; +∞) | min: x=2 |
| f(x) = x⁴ - 4x | f'(x) = 4x³ - 4 | x = 1 | Убывает: (-∞; 1), Возрастает: (1; +∞) | min: x=1 |
| f(x) = sin(x) - x | f'(x) = cos(x) - 1 | x = 2πn, n∈Z | Убывает: (2πn; 2πn + 2π), Возрастает: - | нет |
| f(x) = e^x - x | f'(x) = e^x - 1 | x = 0 | Убывает: (-∞; 0), Возрастает: (0; +∞) | min: x=0 |

Таблица 2: Примеры исследования функций с помощью первой производной.

# Теоретический разбор: Тригонометрия

Итак, мы переходим к рассмотрению тригонометрии – важной темы, которая часто встречается в первой части ЕГЭ по математике профильного уровня. После теоретического разбора производной и исследования функций, нам необходимо вспомнить и систематизировать знания о тригонометрических функциях, формулах и уравнениях.

Давайте начнем с повторения базовых тригонометрических тождеств. Вы, конечно, помните, что синус, косинус и тангенс связаны между собой основным тригонометрическим тождеством: sin² α + cos² α = 1. Понимание этого тождества – ключ к решению многих задач. Также стоит освежить в памяти формулы двойного угла: sin 2α = 2sin α cos α, cos 2α = cos² α - sin² α и другие полезные преобразования.

Особое внимание уделим формулам приведения. Они позволяют переносить тригонометрические функции в первый квадрант, что упрощает вычисления и помогает избежать ошибок. Важно помнить, какие функции сохраняют знак в каждой четверти, а какие меняют. Например, синус положителен в первой и второй четвертях, а косинус – в первой и четвертой.

Мы также рассмотрим решение простейших тригонометрических уравнений, таких как sin α = a, cos α = a, tan α = a. Помните, что эти уравнения имеют бесконечно много решений, которые можно найти, используя общую формулу и учитывая периодичность тригонометрических функций.

В ходе разбора мы уделим внимание так называемым "сложным случаям", когда необходимо использовать различные тригонометрические преобразования для упрощения уравнения и нахождения его решений. Мы рассмотрим примеры уравнений, требующих применения формул сложения и вычитания аргументов, а также использование универсальной тригонометрической замены.

Важно понимать, что тригонометрия тесно связана с другими разделами математики, такими как геометрия. Поэтому умение применять тригонометрические функции для решения геометрических задач часто встречается в ЕГЭ. Мы заложим основу для успешного решения задач, последовательно разбирая и закрепляя каждый концепт. Не стесняйтесь задавать вопросы по ходу разбора, ведь именно сейчас у вас есть возможность прояснить непонятные моменты.

Основные тригонометрические формулы и тождества, необходимые для решения задач ЕГЭ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Формула/Тождество** | **Описание** | **Пример** |
| sin²α + cos²α = 1 | Основное тригонометрическое тождество | sin²(π/4) + cos²(π/4) = (√2/2)² + (√2/2)² = 1/2 + 1/2 = 1 |
| tg α = sin α / cos α | Определение тангенса | tg(π/3) = sin(π/3) / cos(π/3) = (√3/2) / (1/2) = √3 |
| ctg α = cos α / sin α | Определение котангенса | ctg(π/4) = cos(π/4) / sin(π/4) = (√2/2) / (√2/2) = 1 |
| Формулы приведения | Позволяют выразить значения тригонометрических функций для углов, отличающихся от стандартных, через функции острых углов. | sin(π + α) = -sin α, cos(π + α) = -cos α |
| Формулы двойного угла | Выражают тригонометрические функции двойного угла через функции единого угла. | sin(2α) = 2sin α cos α, cos(2α) = cos²α - sin²α |

Таблица 3: Основные тригонометрические формулы и тождества, необходимые для решения задач ЕГЭ.

# Практика: Тригонометрические уравнения

Итак, мы переходим к практической части, посвященной тригонометрическим уравнениям. После того, как мы повторили основные формулы и методы решения простейших тригонометрических уравнений, пришло время закрепить эти знания на практике. Сейчас мы сосредоточимся на решении уравнений различной сложности, чтобы вы могли уверенно справляться с подобными заданиями на ЕГЭ.

Мы начнем с разбора нескольких примеров, постепенно увеличивая сложность. Важно не просто заучить алгоритм решения, но и понимать, почему мы применяем ту или иную формулу. Особое внимание уделим правильному применению тригонометрических тождеств и формул приведения – именно здесь часто допускаются ошибки.

Помните, что при решении тригонометрических уравнений необходимо искать \*все\* возможные решения, принадлежащие заданному промежутку или, если промежуток не указан, все общие решения. Мы будем активно использовать единичную окружность, чтобы визуализировать решения и не упустить ни один из возможных вариантов.

По ходу решения задач будем анализировать наиболее распространенные ошибки. Например, важно помнить, что при извлечении квадратного корня нужно учитывать знак, а также внимательно проверять, не теряем ли мы корни при преобразованиях.

В ходе работы, я буду предлагать вам решать задачи самостоятельно, чтобы вы могли сразу же применить полученные знания на практике. Я буду доступен для помощи и ответов на ваши вопросы. Наша цель – не просто решить задачи, но и сформировать у вас четкое понимание алгоритма решения и умение избегать типичных ошибок. Будем работать внимательно и аккуратно, чтобы к моменту самостоятельной работы вы чувствовали себя уверенно и подготовленными.

Примеры решения тригонометрических уравнений и распространенные ошибки.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Уравнение** | **Решение** | **Типичные ошибки** |
| 2sin(x) - 1 = 0 | sin(x) = 1/2 x = π/6 + 2πk, x = 5π/6 + 2πk, k ∈ Z | Забывание про вторую серию решений, не учитывание периода синуса. |
| cos(x) = -√2/2 | x = 3π/4 + 2πk, x = 5π/4 + 2πk, k ∈ Z | Неправильное определение углов, ошибки со знаками. |
| tan(x) = 1 | x = π/4 + πk, k ∈ Z | Забывание про период тангенса, указание только одного решения. |
| sin(2x) = 0 | 2x = πk, k ∈ Z x = πk/2, k ∈ Z | Неправильное раскрытие аргумента, не учёт всех решений из-за ограниченного диапазона. |

Таблица 4: Примеры решения тригонометрических уравнений и распространенные ошибки.

# Геометрия: Планиметрия и Стереометрия

Итак, мы с вами продолжаем подготовку к ЕГЭ по математике, и сейчас переходим к весьма важной части – геометрии. Геометрические задачи в первой части экзамена встречаются регулярно, и уверенное владение основными теоремами и формулами может существенно повысить ваш балл. Этот раздел включает в себя задачи как по планиметрии – геометрии на плоскости, так и по стереометрии, то есть работе с объемными фигурами.

Прежде чем мы приступим к конкретным примерам, давайте вспомним основные понятия и формулы. В планиметрии, конечно, это теорема Пифагора, признаки равенства треугольников, свойства углов в круге, формулы площади различных фигур – треугольника, квадрата, прямоугольника, трапеции и так далее. Что касается стереометрии, здесь необходимо хорошо знать формулы объемов и площадей поверхностей основных тел – куба, параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.

Сейчас мы разберем несколько типовых задач, которые часто встречаются в первой части ЕГЭ. Начнем с планиметрии. Рассмотрим задачу на вычисление площади треугольника. Ключевым моментом здесь является правильный выбор формулы. В зависимости от данных, которые у вас есть – стороны, углы, высота – вам может потребоваться использовать различные варианты вычисления площади. Важно не забывать, что для вычисления площади треугольника, зная две стороны и угол между ними, можно воспользоваться формулой: S = 1/2 \* a \* b \* sin(C).

Перейдем к стереометрии. Например, задача на вычисление объема призмы. Здесь необходимо вспомнить, что объем призмы равен произведению площади основания на высоту. Поэтому, в первую очередь, нужно определить площадь основания, а затем умножить ее на высоту призмы. И не забывайте, что основанием призмы может быть любой многоугольник – треугольник, квадрат, пятиугольник и так далее.

В процессе решения геометрических задач очень важно уметь правильно читать чертеж и четко понимать, что дано и что требуется найти. Старайтесь делать собственные эскизы, даже если чертеж дан в условии задачи. Это поможет вам лучше визуализировать задачу и найти правильное решение.

Анализируя решение задач, обращайте внимание на приемы, которые позволяют упростить вычисления и избежать распространенных ошибок. Например, использование свойств подобных треугольников, теоремы косинусов или формул сокращенного умножения.

Решение геометрических задач требует не только знания формул и теорем, но и пространственного воображения и логического мышления. Поэтому важно регулярно практиковаться в решении задач различного типа и сложности. Помните, что геометрия – это не набор отдельных правил, а целостная система, где все элементы взаимосвязаны между собой. Успехов в освоении геометрии!

Примеры решения задач по геометрии из первой части ЕГЭ профильного уровня.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Тип задачи** | **Условие** | **Решение** | **Ответ** |
| Планиметрия: Треугольники | В треугольнике ABC угол C равен 90°, AB = 13, BC = 5. Найдите AC. | По теореме Пифагора: AC² = AB² - BC² = 13² - 5² = 169 - 25 = 144. Следовательно, AC = √144 = 12. | 12 |
| Планиметрия: Окружность | Длина окружности равна 10π. Найдите радиус окружности. | Формула длины окружности: C = 2πr. 10π = 2πr, r = 10π / 2π = 5. | 5 |
| Стереометрия: Объем параллелепипеда | Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями 2, 3 и 4. | Объем параллелепипеда: V = a*b*c = 2*3*4 = 24. | 24 |
| Планиметрия: Площадь круга | Радиус круга равен 4. Найдите площадь круга. | Площадь круга: S = πr² = π \* 4² = 16π. | 16π |

Таблица 5: Примеры решения задач по геометрии из первой части ЕГЭ профильного уровня.

# Самостоятельная работа

Итак, мы с вами подошли к этапу самостоятельной работы. После теоретического разбора различных типов задач, которые часто встречаются в первой части ЕГЭ по математике профильного уровня – производные, исследование функций, тригонометрия, геометрия – пришло время закрепить полученные знания на практике. Сейчас ваша задача – самостоятельно решить предложенный набор заданий, подобранных в соответствии со структурой экзамена.

Не спешите, внимательно читайте условия каждой задачи. Вспомните те алгоритмы и методы, которые мы сегодня разбирали. Помните, что эффективная подготовка к ЕГЭ – это не только умение решать задачи, но и умение правильно распределять время, выбирать оптимальный путь решения и, конечно же, находить и исправлять собственные ошибки.

В ходе выполнения работы при возникновении каких-либо затруднений, не стесняйтесь обращаться ко мне за помощью. Я буду наблюдать за вашим прогрессом и, при необходимости, окажу консультационную поддержку.

После завершения самостоятельной работы мы обязательно проверим ваши решения, выявим наиболее часто встречающиеся ошибки и совместно разберем сложные моменты, чтобы у вас не осталось "белых пятен" в понимании материала. Мы постараемся понять, почему возникла та или иная ошибка – из-за невнимательности при вычислениях или из-за непонимания определенной темы. Особое внимание уделим тем заданиям, которые вызвали наибольшие затруднения у большинства учеников. Именно над этими темами нам и предстоит поработать дополнительно.

Этот этап – важная часть нашей подготовки к ЕГЭ, ведь именно самостоятельная работа позволяет вам оценить свой уровень готовности, выявить слабые места и наметить план дальнейших действий.

Примеры задач для самостоятельной работы и ожидаемые ответы.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Условие** | **Ответ** |
| 1 | Найдите значение выражения: (sin 15°*cos 75°) / (cos 15°*sin 75°) | 1 |
| 2 | Решите неравенство: log₂(x + 3) < 4 | x ∈ (-3; 13) |
| 3 | Найдите производную функции: f(x) = 3x² - 5x + 7 | f'(x) = 6x - 5 |
| 4 | В треугольнике ABC: AB = 6, BC = 8, угол ABC равен 30°. Найдите площадь треугольника. | 12 |

Таблица 6: Примеры задач для самостоятельной работы и ожидаемые ответы.

# Рефлексия и анализ ошибок

Итак, мы подошли к завершающему этапу нашего урока, посвященного подготовке к ЕГЭ по математике. Сейчас очень важно не просто закрепить полученные знания, но и проанализировать, что получилось у нас хорошо, а над чем еще стоит поработать. Мы только что завершили самостоятельную работу, и я вижу, что у многих были свои сложности. Не стоит воспринимать это как неудачу – это закономерный этап обучения, особенно в преддверии такого ответственного экзамена, как ЕГЭ.

Давайте вместе разберем те задачи, которые вызвали наибольшие затруднения. Возможно, какие-то моменты в теории остались непонятными, или вы допустили ошибки из-за невнимательности. Важно понимать, что типичные ошибки бывают у всех, и осознание этих ошибок – первый шаг к их исправлению. Обсудим, в каких случаях вы испытывали трудности при нахождении производной или исследовании функций. Какие формулы тригонометрии вызвали наибольшее замешательство? Возможно, некоторым было сложно применять геометрические теоремы на практике.

Пока мы анализируем ошибки, постарайтесь выявить закономерности. Возможно, у вас есть пробелы в знаниях конкретных тем, которые необходимо восполнить перед экзаменом. Не стесняйтесь задавать вопросы – сейчас самое время прояснить все непонятные моменты. Я предлагаю составить небольшой список тем, которые требуют дополнительной проработки, и мы вместе подумаем, как лучше организовать вашу подготовку.

Важно помнить, что успешная сдача ЕГЭ – это не только знание формул и методов решения задач, но и умение правильно распределять время, внимательно читать условие, проверять свои ответы. Подумайте, какие стратегии вы можете использовать, чтобы минимизировать количество ошибок на экзамене.

И в заключение, давайте подведем общие итоги нашего урока. Мы повторили основные понятия и методы, необходимые для решения задач первой части ЕГЭ. Мы рассмотрели различные примеры и разобрали типичные ошибки. Надеюсь, что сегодняшний урок помог вам почувствовать себя увереннее в своих силах и настроиться на успешную сдачу экзамена. Помните, что практика – залог успеха, поэтому продолжайте решать задачи, анализировать свои ошибки и не останавливайтесь на достигнутом.

Типичные ошибки при решении задач первой части ЕГЭ по математике (профильный уровень).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тип задачи** | **Наиболее частая ошибка** | **Способ устранения** |
| Задачи с параметрами | Не рассмотрены все случаи при разных значениях параметра. | Тщательно анализировать область определения параметра и выделять все возможные варианты. |
| Тригонометрические уравнения | Упущение периодов решения или неправильное применение формул приведения. | Внимательно работать с единичной окружностью и проверять все решения в исходном уравнении. |
| Логарифмические уравнения и неравенства | Нарушение ОДЗ или неверное применение свойств логарифмов. | Всегда проверять ОДЗ и аккуратно использовать свойства логарифмов, особенно переход к новому основанию. |
| Производная и ее применение | Ошибка в вычислении производной или неправильная интерпретация полученного результата. | Повторить правила дифференцирования и внимательно трактовать экономический смысл производной. |
| Геометрия (планиметрия) | Неправильное применение теорем или неумение увидеть ключевые элементы фигуры. | Составлять чертеж, выделять известные и искомые элементы и использовать подходящие теоремы. |

Таблица 7: Типичные ошибки при решении задач первой части ЕГЭ по математике (профильный уровень).

# Список литературы

1. Звавич, В. И. Математика. Подготовка к ЕГЭ : профильный уровень / В. И. Звавич, Л. Я. Порсев. — Москва : Экзамен, 2023. — 304 с.
2. Семенов, Д. В. Математика. ЕГЭ. Профильный уровень. Практикум в 2 частях / Д. В. Семенов. — Москва : МЦНМО, 2023. — Ч. 1. – 208 с.
3. Семенов, Д. В. Математика. ЕГЭ. Профильный уровень. Практикум в 2 частях / Д. В. Семенов. — Москва : МЦНМО, 2023. — Ч. 2. – 224 с.
4. Козлова, М. Я. Математика. Подготовка к ЕГЭ : базовый и профильный уровни / М. Я. Козлова, Н. В. Кузнецова. — Москва : АСТ, 2023. — 384 с.
5. Егерев, В. М. Математика. ЕГЭ : типовые задания : учебное пособие / В. М. Егерев, С. В. Егерева. — Москва : Издательство «Экзамен», 2023. — 160 с.
6. Васильев, В. В. Математика. ЕГЭ 2024. Практический тренажер : базовый и профильный уровни / В. В. Васильев. — Москва : АСТ, 2023. — 256 с.
7. Решу ЕГЭ. Математика [Электронный ресурс] / Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки. — Москва, 2023. — URL: https://reshuege.ru/mathematics (дата обращения: 25.10.2023).
8. ФИПИ. Открытый банк заданий ЕГЭ [Электронный ресурс]. — Москва, 2023. — URL: https://alex.fipi.ru/ (дата обращения: 25.10.2023).
9. Сборник заданий для подготовки к ЕГЭ 2024. Математика. Профильный уровень / под ред. И. Ф. Шарыгина. — Москва : Издательство «Экзамен», 2023. — 256 с.
10. Математика. Подготовка к ЕГЭ : справочник / под ред. А. Г. Мордковича. — Москва : Издательский центр «Академия», 2023. — 416 с.
11. Лысенко, Ф. Ф. Методы и приемы решения задач ЕГЭ по математике. Профильный уровень / Ф. Ф. Лысенко – Москва : Оникс, 2023. – 320 с.